

Alumno/a: _____ DNI: _____

Relación nº 3 Licenciatura de Geológicas

1. Hallar el área de la figura limitada por la curva $y = x^3$, la recta $y = 8$ y el eje Oy. (Respuesta: 12)
2. Hallar el área total de la figura limitada por las curvas: $y = x^3$, $y = 2x$ e $y = x$. (Respuesta: $\frac{3}{2}$)
3. Hallar el área de la figura limitada por la hipérbola

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

y la recta $x = 2a$. (Respuesta: $ab(2\sqrt{3} - \ln(a + \sqrt{3}))$)

4. Calcular el área de la figura comprendida entre la curva denominada "Bruja de Agnesi"

$$y = \frac{1}{1+x^2} \quad (2)$$

y la parábola $y = x^2/2$. (Respuesta: $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$)

5. Hallar el área del campo limitado por un arco de cicloide

$$x = a(t - \operatorname{sen} t) \quad y = a(1 - \operatorname{cos} t) \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

y el eje de abscisas. (Respuesta: $3\pi a^2$)

6. Hallar el área del campo limitado por al curva $\rho = a \cos \theta$. (Respuesta: $\pi a^2/4$)
7. Hallar el área del campo limitado por al curva $\rho = a \cos 2\theta$. (Respuesta: $\pi a^2/2$)
8. Hallar el área del campo limitado por al curva $\rho = a \cos 3\theta$. (Respuesta: $\pi a^2/4$)
9. Hallar el área del campo limitado por al curva $\rho = a \cos 4\theta$. (Respuesta: $\pi a^2/2$)
10. Hallar el área de la figura limitada por una rama de la trocoide

$$x = at - b \operatorname{sen} t \quad y = a - b \operatorname{cos} t \quad (0 < b \leq a)$$

y la tangente a la misma en sus puntos inferiores. (Respuesta: $\pi(b^2 + 2ab)$)

11. Calcular el área de las dos partes en que la parábola $y^2 = 2x$ divide al círculo $x^2 + y^2 = 8$. (Respuesta $2\pi + \frac{4}{3}$ y $6\pi - \frac{4}{3}$)

12. Calcular la longitud del arco de la parábola semicúbica

$$x = t^2 \quad y = t^3$$

desde el punto $(0, 0)$ hasta el punto $(4, 8)$. (Respuesta: $\frac{8}{27}(10\sqrt{10} - 1)$)

13. Hallar la longitud del arco de la curva $y = \ln x$ desde $x = \sqrt{3}$ hasta $x = \sqrt{8}$. (Respuesta: $1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$)

14. Hallar la longitud de la evoluta de la elipse

$$x = \frac{c^2}{a} \cos^3 t \quad y = \frac{c^2}{b} \operatorname{sen}^3 t \quad (c^2 = a^2 - b^2)$$

(Respuesta: $\frac{4(a^3 - b^3)}{ab}$)

15. Hallar la longitud de la espiral de Arquímedes $\rho = a\theta$ del polo hasta el final del primer rizo, es decir, entre $\theta = 0$ y $\theta = 2\pi$. (Respuesta: $\pi a\sqrt{1 + 4\pi^2} + \frac{a}{2} \ln(2\pi + \sqrt{1 + 4\pi^2})$)

16. Hallar la longitud de la espiral $\rho = e^{\alpha\theta}$ del polo al punto (ρ, θ) . (Respuesta: $\frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha} e^{\alpha\theta} = \frac{\rho}{\alpha} \sqrt{1 + \alpha^2}$)

17. Hallar el volumen del cuerpo engendrado al girar alrededor del eje OX, la curva $y = \sin^2 x$, en el intervalo $x = 0$ hasta $x = \pi$. (Respuesta: $\frac{3}{8}\pi^2$)

18. Hallar el volumen del cuerpo engendrado al girar, alrededor del eje OY, la parte de la parábola $y^2 = 4ax$ que intercepta la recta $x = a$. (Respuesta: $\frac{16\pi a^3}{5}$). Repetir el ejercicio haciendo girar la curva alrededor del eje OX.

19. Hallar los volúmenes de los cuerpos engendrados al girar la figura limitada por un arco de la cicloide

$$x = a(t - \sin t) \quad y = a(1 - \cos t) \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

y por el eje OX, alrededor: a) del eje OX, b) del eje OY y c) del eje de simetría de la figura. (Respuesta: a) $5\pi^2 a^3$ b) $6\pi^3 a^3$ c) $\frac{\pi a^3}{6}(9\pi^2 - 16)$)

20. Hallar el volumen del cuerpo que resulta de la rotación de la cardioide $\rho = a(1 + \cos \theta)$ alrededor del eje polar. (Respuesta: $\frac{8}{3}\pi a^3$)

21. Hallar el área de la superficie engendrada al girar una arco de la cicloide

$$x = a(t - \sin t) \quad y = a(1 - \cos t) \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

a) alrededor de su eje de simetría (respuesta: $8\pi(\pi - \frac{4}{3})a^2$) b) alrededor del eje OX (respuesta: $\frac{64\pi a^2}{3}$) c) alrededor del eje OY (respuesta: $16\pi^2 a^2$) d) alrededor de la tangente a la cicloide en su punto superior (respuesta: $\frac{32}{3}\pi a^2$)