

Alumno/a: _____ DNI: _____

Relación nº 4 Licenciatura de Geológicas

1. Colocar los límites de integración, en uno y otro orden, en la integral doble:

$$\iint_D f(x, y) \, dx dy$$

para los recintos D que a continuación se indican:

- a) D es un triángulo cuyos vértices son: $(0, 0)$, $(1, 0)$ y $(1, 1)$.
- b) D es un trapecio cuyos vértices son: $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(1, 1)$ y $(0, 1)$.
- c) D es un paralelogramo cuyos vértices son: $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(2, 7)$ y $(1, 5)$.
- d) D es un sector circular con centro en el punto $(0, 0)$ y cuyo arco tiene extremos en $(1, 1)$ y $(-1, 1)$.
- e) D es un segmento parabólico recto, limitado por: un arco parabólico cóncavo hacia la parte positiva del eje de ordenadas que pasa por el origen y los puntos $A(1, 2)$ y $B(-1, 2)$ y la recta que pasa por los puntos A y B .
- f) D es un anillo circular limitado por las circunferencias cuyos radios son $r = 1$ y $R = 2$ y cuyo centro común está situado en el punto $O(0, 0)$.

2. Invertir el orden de integración en las siguientes integrales dobles:

- a) $\int_0^4 \left(\int_{3x^2}^{12x} f(x, y) \, dy \right) dx$
- b) $\int_0^{2a} \left(\int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{4ax}} f(x, y) \, dy \right) dx$
- c) $\int_0^{\frac{R\sqrt{2}}{2}} \left(\int_0^x f(x, y) \, dy \right) dx + \int_{\frac{R\sqrt{2}}{2}}^R \left(\int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} f(x, y) \, dy \right) dx$
- d) $\int_0^\pi \left(\int_0^{\sin x} f(x, y) \, dy \right) dx$

3. Calcular las siguientes integrales dobles:

- a) $\iint_D x \, dx dy$, donde el recinto de integración D está limitado por la recta que pasa por los puntos $A(2, 0)$, $B(0, 2)$ y por el arco de circunferencia de radio 1 que tiene su centro en el punto $C(0, 1)$.
- b) $\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{a^2-x^2-y^2}}$, donde el recinto de integración D es la parte del círculo de radio a , con centro en el punto $O(0, 0)$, situado en el primer cuadrante.
- c) $\iint_D \sqrt{xy-y^2} \, dx dy$, donde el recinto de integración D es un triángulo con los vértices en los puntos $O(0, 0)$, $A(1, -1)$ y $B(1, 1)$.
- d) $\iint_D e^{\frac{x}{y}} \, dx dy$, donde el recinto de integración D es un triángulo mixtilíneo OA , limitado por la parábola $y^2 = x$ y por las rectas $x = 0$ e $y = 1$.

4. Pasar a coordenadas polares ρ y θ y colocar los límites de integración para las nuevas variables en las siguientes integrales:

- a) $\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x, y) \, dy \right) dx$
- b) $\int_0^2 \left(\int_0^x f(\sqrt{x^2+y^2}) \, dy \right) dx$
- c) $\iint_D f(x, y) \, dx dy$, donde D es un triángulo limitado por las rectas $y = x$, $y = -x$ e $y = 1$.

5. Pasando a coordenadas polares, calcular la siguiente integral doble,

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$$

que se extiende al recinto limitado por la circunferencia $x^2 + y^2 = 2ax$.

6. Calcular la integral doble

$$\iint_D (y - x) dx dy$$

donde D es el dominio del plano Oxy limitado por las rectas: $y = x + 1$, $y = x - 3$, $y = -(1/3)x + (7/9)$ e $y = -(1/3)x + 5$.

7. Calcular el área de la figura situada sobre el eje OX y limitada por este eje, la parábola $y^2 = 4ax$ y la recta $x + y = 3a$.

8. Determinar el volumen del elipsoide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

9. Hallar el área de la parte del plano

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

comprendida entre los planos de coordenadas.