

Alumno/a: \_\_\_\_\_ DNI y Grupo:

**Matemáticas**  
**Licenciatura de Geológicas**  
**Diciembre (19/12/02)<sup>1</sup>**

1. Hallar el plano tangente al elipsoide

$$\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{3} = 1$$

en el punto  $\langle 2, 2, 1 \rangle$  y el ángulo de inclinación de dicho plano.

2. De entre las sustituciones de Euler 1ª y 3ª decidir cual de ellas es la adecuada para resolver la siguiente integral y aplicarla a tal efecto:

$$\int \frac{(1 - \sqrt{x^2 + x + 1})^2}{x^2 \sqrt{x^2 + x + 1}} dx$$

3. Hallar, por medio de multiplicadores de Lagrange, los valores máximo y mínimo de  $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$  sujeta a la restricción  $x + y = 1$ , con  $0 \leq x$  y  $0 \leq y$ .
4. Calcular el área de la rosa de cuatro pétalos que tiene por ecuación  $\rho = a \cos 2\theta$ .
5. Comprobar que:

- a) la circunferencia de ecuación  $x^2 + y^2 - 2y = 0$  expresada en coordenadas polares es  $\rho = 2 \sin \theta$
- b) la recta  $y = x$  expresada en coordenadas polares es  $\theta = \pi/4$

y ahora calcular razonadamente

$$\iint_D x \, dA$$

donde  $D$  es la región limitada por arriba por la recta  $y = x$  y por abajo por la circunferencia  $x^2 + y^2 - 2y = 0$ .

---

<sup>1</sup>El alumno deberá observar lo siguiente:

1. Escribir la respuesta a cada pregunta de forma que ocupe, como máximo, las dos caras de un único folio.
2. Así pues, cada persona entregará un máximo de 5 folios; escritos cada uno de ellos por las dos caras, a lo sumo.
3. Los folios con las respuestas deben ser doblados cuidadosamente antes de entregarlos, y figurar envueltos en la hoja de examen.
4. Cada folio que se entregue debe llevar el nombre completo del autor, y el mismo debe coincidir con el que figura en su ficha personal que obra en poder del profesor. Al nombre se añadirá el DNI, pero solamente en la hoja de examen.
5. Los apuntes y otros utensilios que acompañen al alumno, pero cuya utilización no está autorizada en el examen, deben ser depositados en el extremo de la línea de asientos.
6. No se permite mantener operativo el teléfono portátil en la sala de examen durante el tiempo que dure el mismo.