Alumno/a:____ **DNI y Grupo:**

Matemáticas
Licenciatura de Geológicas
Final (14/02/03)[1]

1. Demostrar que el cono
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}$$
y la esfera
$$x^2 + y^2 + (z - \frac{b^2 + c^2}{c})^2 = \frac{b^2}{c^2}(b^2 + c^2)$$
son tangentes entre sí en los puntos $\langle 0, \pm b, c\rangle$.

2. Calcular la integral
$$\int_{\theta_0}^{\pi} \sqrt{\frac{a}{g}} \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{\cos\theta_0 - \cos\theta}}\, d\theta$$
y la integral
$$\int \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}\, dx$$

3. Hallar el máximo de $u = \sqrt[3]{xyz}$ a condición de que $x + y + z = a$ ($0 < x$, $0 < y$, $0 < z$). Justificar, en virtud de lo anterior, que $\sqrt[3]{xyz} \leq (x + y + z)/3$ siempre que $0 < x$, $0 < y$ y $0 < z$.

4. Encontrar la medida de la superficie del toro obtenido por la revolución de la circunferencia $x^2 + (y - b)^2 = a^2$ alrededor del eje de abscisas.

5. Calcular el área de la parte de superficie del cono $x^2 + y^2 = z^2$ separada por el cilindro $x^2 + y^2 = 2ax$.

---

[1] El alumno deberá observar lo siguiente:

1. Escribir la respuesta a cada pregunta de forma que ocupe, como máximo, las dos caras de un único folio.
2. Así pues, cada persona entregará un máximo de 5 folios; escritos cada uno de ellos por las dos caras, a lo sumo.
3. Los folios con las respuestas deben ser doblados cuidadosamente antes de entregarlos, y figurar envueltos en la hoja de examen. Se facilitará una copia de la misma con posterioridad.
4. Cada folio que se entrege debe llevar el nombre completo del autor, y el mismo debe coincidir con el que figura en su ficha personal que obra en poder del profesor. Al nombre se añadirá el DNI, pero solamente en la hoja de examen.
5. Los apuntes y otros utensilios que acompañen al alumno, pero cuya utilización no está autorizada en el examen, deben ser depositados en el extremo de la línea de asientos.
6. No se permite mantener operativo el teléfono portátil en la sala de examen durante el tiempo que dure el mismo.