

Alumno: _____ DNI: _____

Matemáticas

Licenciatura de Geológicas

Septiembre (21/09/04)¹

1. Encontrar las ecuaciones del plano tangente y la recta normal a la superficie de ecuación $x^2yz + 3y^2 - 2xz^2 + 8z = 0$ en el punto $(1, 2, -1)$.
2. Calcular las integrales siguientes:

$$\int \frac{6-x}{2x^2-x-15} dx \quad \int \frac{\operatorname{sen} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad \int_0^1 x \ln(x+3) dx$$

3. Hallar los valores máximo y mínimo de $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ sujetos a las condiciones $x^2/4 + y^2/5 + z^2/25 = 1$ y $z = x + y$. Dar una interpretación geométrica de lo antes encontrado.
4. Las funciones *seno hiperbólico* y *coseno hiperbólico* se definen respectivamente como sigue:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

y se llama *línea catenaria* la gráfica de la función

$$y = a \cosh \frac{x}{a}$$

- a) Encontrar las funciones $\cosh' x$ y $\sinh' x$.
 - b) Comprobad que $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$
 - c) Sea $0 < b$. Hallar la longitud del arco de catenaria comprendido entre los valores $x = 0$ y $x = b$.
5. Calcular

$$\iint_D (x^2 + y^2 + 1) dA$$

donde D es la región interior a la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$.

¹El alumno deberá observar lo siguiente:

1. El examen puede ser respondido en aproximadamente 6 folios. Por tanto, ésa debería ser la cantidad de hojas que entregase a lo sumo el alumno.
2. Los folios con las respuestas deben ser doblados cuidadosamente antes de entregarlos, y figurar envueltos en la hoja de examen. Se facilitará una copia de la misma con posterioridad.
3. Cada folio que se entregue debe llevar el DNI del autor. Al DNI se añadirá el nombre, pero sólo y exclusivamente en la hoja de examen.
4. Los apuntes y objetos cuya utilización no está autorizada en el examen, deben ser depositados por el alumno en el extremo de la línea de asientos.
5. No está permitido al alumnado mantener operativo el "móvil" dentro de la sala de examen en el tiempo que éste dure.