Alumno:____ **DNI:**____________

Fundamentos Lógicos de la Programación

Ingeniería Técnica de Sistemas (grupo B)

Final (13/06/06)

1. Demostrar que:

$$\big(((\alpha \to \beta) \to (\neg\gamma \to \neg\delta)) \to \gamma\big) \to \beta \models (\beta \to \alpha) \to (\delta \to \alpha)$$

2. Contestar razonadamente a las siguientes cuestiones:

   a) La hipótesis del *Lema de Coincidencia* es suficiente, pero no necesaria. Para demostrarlo, dar una fórmula φ en un lenguaje **L**, una **L**-estructura **A** y asignaciones s_1 y s_2 de V en **A** tales que si W_φ es el conjunto de símbolos de variable que ocurren libremente en φ, sea $s_1 \upharpoonright W_\varphi \neq s_2 \upharpoonright W_\varphi$ y sin embargo $I_{\mathrm{A}}^{s_1}(\varphi) = I_{\mathrm{A}}^{s_2}(\varphi)$.

   b) Encontrar una sentencia φ en un lenguaje **L** tal que tenga una forma de Skolem lógicamente equivalente a ella. Encontrar, si es posible, otra sentencia ψ en el mismo lenguaje que tenga una forma de Skolem no lógicamente equivalente a ella. Justificar las respuestas.

   c) Si en el sistema $\vdash_{rcv}$ la regla de resolución no impusiera el renombramiento previo, en una de las cláusulas padre, de las variables comunes ¿sería cierto el resultado de que todo conjunto insatisfacible de cláusulas es refutable? Sustentar la respuesta, según su naturaleza, con una demostración o un ejemplo.

3. Demostrar que todo conjunto de cláusulas de Horn es satisfacible.

4. Encontrar una fórmula en forma normal prenexa lógicamente equivalente a:

$$\forall x\big(r(x) \wedge \neg\exists x(p(x) \to \exists y q(f(y), x))\big) \wedge \forall w \exists z\big(q(z, a) \vee p(w) \vee (\forall y p(f(y)) \to q(x, z))\big)$$

   con el número mínimo de cuantificadores, y ellos óptimamente situados en el preámbulo de la nueva fórmula.

5. Probar que el conjunto formado por las siguientes cláusulas es insatisfacible:

   - $T(x, g(a), z, f(u)) \vee \neg P(g(a)) \vee S(y, z) \vee \neg R(f(y))$
   - $Q(x, f(y)) \vee \neg P(g(x))$
   - $\neg S(f(a), f(a)) \vee \neg R(f(f(a))) \vee \neg P(g(x))$
   - $R(f(x))$
   - $P(g(a)) \vee \neg Q(g(b), f(x))$
   - $\neg P(x) \vee S(y, z) \vee \neg T(a, x, y, f(z)) \vee \neg Q(g(b), z)$
   - $P(g(x))$