Alumno:____ **DNI:**________________

Fundamentos Lógicos de la Programación

Ingeniería Informática de Sistemas (grupo A)
Final (21/06/10)

Señalar

curso/grupo	A	B
Ingeniería Informática		
Sistemas	•	
Gestión		

Respuestas a las Preguntas del Test

	a	b	c	d
pregunta 01		•		
pregunta 02		•		
pregunta 03			•	
pregunta 04	•			
pregunta 05		•		
pregunta 06		•		
pregunta 07		•		
pregunta 08		•		
pregunta 09	•			
pregunta 10				•

Preguntas del Test

Preg. Test 1 ¿Cuál de las siguientes asignaciones nos muestra que la implicación semántica:

$$\neg a \to \neg b \models a \to b$$

es falsa?

a) $v(a) = 0$, $v(b) = 1$, ...
b) $v(a) = 1$, $v(b) = 0$, ...
c) $v(a) = 0$, $v(b) = 0$, ...
d) $v(a) = 1$, $v(b) = 1$, ...

Preg. Test 2 Sean α, β y γ fórmulas proposicionales. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a la fórmula $(\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \gamma)$?

a) $\neg\alpha \vee \beta \vee \gamma$
b) $\neg\alpha \vee \neg\beta \vee \gamma$
c) $\alpha \vee \neg\alpha \vee \neg\beta \vee \gamma$
d) $\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma$

Preg. Test 3 ¿Cuál de las siguientes fórmulas es universalmente válida?

a) $\forall x \exists y p(x, y) \to \forall x p(x, f(x))$
b) $\forall x \exists y p(x, y) \to \forall x p(x, b)$
c) $\exists y \forall x p(x, y) \to \forall x \exists y p(x, y)$
d) $\forall x \exists y p(x, y) \to \exists y \forall x p(x, y)$

Preg. Test 4 Para cierto lenguaje de primer orden **L** se considera la **L**-estructura **A** dada por:

- $A = \mathbb{Z}_4$
- $(a)^{\mathbf{A}} = 3$
- $(f)^{\mathbf{A}} \colon A \to A$ definida por $(f)^{\mathbf{A}}(x) = x^2$, para todo $x \in A$, y
- $(p)^{\mathbf{A}} = \{(0,0), (1,1), (2,0), (0,3)\}$.

y también una asignación s fija, pero arbitraria. Determinar qué fórmula de las siguientes es satisfecha por la **L**-interpretación $\langle \mathbf{A}, s \rangle$:

a) $\forall x \exists y (p(x, y) \vee p(y, x))$,
b) $\exists y \forall x (\neg p(x, y) \to p(y, x))$,
c) $\forall x (p(x, f(x)) \vee p(x, a))$,
d) $\forall x (p(x, a) \vee \exists y p(y, x))$.

Preg. Test 5 Considerar los siguientes literales:

- p(x,u,f(a))
- p(y,g(w),x)

y decidir cuál de las siguientes afirmaciones es cierta:

a) la sustitución $(y|f(a))(u|g(b))(x|y)$ es un unificador de máxima generalidad.
b) la sustitución $(y|f(a))(u|g(w))(x|y)$ es un unificador de máxima generalidad.
c) la sustitución $(y|f(a))(u|g(w))(x|f(a))$ es un unificador, pero no es un unificador de máxima generalidad.
d) no son unificables.

Preg. Test 6 ¿Cuál de los siguientes conjuntos de cláusulas es satisfacible?

a) $\{q(x, f(x), a) \vee q(y, g(x), b), \neg q(b, x, y)\}$
b) $\{q(x, f(x), a) \vee q(y, g(x), b), \neg q(x, b, y)\}$
c) $\{q(x, f(x), a) \vee q(y, f(y), b), \neg q(x, f(x), y)\}$
d) $\{q(x, f(x), a) \vee q(y, f(y), b), \neg q(x, f(y), x)\}$

Preg. Test 7 En esta pregunta un "conjunto de Horn" será para nosotros cualquier conjunto de cláusulas de la forma $\Sigma' \cup \{\sigma_0\}$, donde Σ' es un conjunto de cláusulas de Horn no vacío y σ_0 es una cláusula no vacía con todos sus literales negativos. Para el siguiente conjunto de cláusulas

$$\{\neg p(x, f(x)) \vee q(y, z) \vee \neg r(a, b), p(x, y), \neg q(y, f(y)) \vee \neg r(a, b), r(a, b) \vee \neg q(y, f(y))\}$$

¿qué afirmación es verdadera?

a) Es un conjunto de Horn, y por tanto es insatisfacible.
b) Es un conjunto de Horn y es satisfacible.
c) Es un conjunto de cláusulas de Horn, pero no es un conjunto de Horn.
d) No es un conjunto de Horn, pero es insatisfacible.

Preg. Test 8 Para el conjunto de cláusulas

$$\{p(x, f(x)) \vee \neg q(x, y); \neg p(f(x), y)\}$$

es cierta la afirmación:

a) $\neg p(a, f(a))$ pertenece al sistema y a la base de Herbrand.
b) $\neg p(f(a), a)$ pertenece al sistema pero no a la base de Herbrand.
c) $\neg p(a, f(a)) \vee \neg q(f(a), a)$ pertenece a la base, pero no al sistema de Herbrand.
d) $\neg p(f(a), f(a)) \vee \neg q(f(a), a)$ pertenece a la base y al sistema de Herbrand.

Preg. Test 9 Si Γ es un conjunto de proposiciones y $\Gamma \vDash \neg(a \to b) \to (\neg c \to \neg d)$, entonces ¿cuál de las siguientes afirmaciones ocurre?
a) $\Gamma, \neg(a \to b) \models d \to c$
b) $\Gamma, \neg(a \to b), \neg d \models \neg c$
c) $\Gamma, \neg c \to \neg d \models \neg(a \to b)$
d) $\Gamma, \neg(a \to b), \neg c \models d$

Preg. Test 10 Se consideran los siguientes conjuntos de cláusulas proposicionales:
- $\Sigma_1 = \{a \vee b, \neg a \vee b, \neg a \vee \neg b, c \vee \neg d, \neg c \vee d\}$
- $\Sigma_2 = \{a \vee b, a \vee \neg b, \neg a \vee \neg c \vee d, c \vee \neg d\}$
- $\Sigma_3 = \{a \vee b \vee \neg c, \neg a \vee \neg b \vee c\}$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
a) Los tres son insatisfacibles.
b) Σ_1 es insatisfacible y tanto Σ_2 como Σ_3 son satisfacibles.
c) Σ_3 es insatisfacible y tanto Σ_2 como Σ_1 son satisfacibles.
d) Los tres son satisfacibles.

Preguntas para desarrollar (deben contestarse **dos de entre** las **tres**)[1]

Preg. 1 Considerar las siguientes fórmulas como cláusulas:
- $P(x, a) \vee R(f(x))$,
- $Q(x, b) \vee \neg R(x)$,
- $\neg P(a, x) \vee Q(f(x), x)$,
- $P(y, y) \vee \neg Q(x, z)$,
- $\neg P(y, x) \vee \neg Q(f(y), x)$

y el conjunto Σ formado por ellas.
a) Describir el Universo de Herbrand asociado a Σ.
b) ¿Es Σ satisfacible o insatisfacible? En caso de ser satisfacible, encontrar una **L**-estrucutura que lo justifique y en caso de ser insatisfacible, encontrar un conjunto de instancias básicas que sea insatisfacible.

Preg. 2 Considerar las siguientes fórmulas de primer orden:
- $\xi_1 = \forall x(D(x) \to (L(x) \vee S(x)))$
- $\xi_2 = \forall x(L(x) \to (R(x) \wedge P(x) \wedge M(x) \wedge T(x)))$
- $\xi_3 = \forall x(S(x) \to (R(x) \wedge \neg P(x) \wedge \neg M(x) \wedge \neg T(x)))$
- $\xi_4 = \forall x(C(x) \to \neg R(x))$
- $\psi = \forall x((L(x) \vee S(x)) \to \neg C(x)) \wedge \forall x(L(x) \to \neg S(x)) \wedge \forall x(C(x) \to \neg D(x))$

y transformar el problema:
$$\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4 \models \psi$$
en un problema equivalente consistente en estudiar la insatisfacibilidad de un cierto conjunto de cláusulas por determinar en el ejercicio. **No se pide ahora estudiar si es o no insatisfacible dicho conjunto de cláusulas.**

Preg. 3 Considerar como cláusulas las siguientes fórmulas:
- $P(x, a) \vee R(f(x))$,
- $Q(x, b) \vee \neg R(x)$,
- $\neg P(a, x) \vee Q(f(x), x)$,
- $P(y, y) \vee \neg Q(x, z)$,
- $\neg P(y, x) \vee \neg Q(f(y), x)$

y encontrar una deducción lineal de la cláusula vacía a partir de dichas cláusulas.

[1]Si se entregase desarrollo de las tres, se eliminará la que merezca la puntuación más alta.