Alumno:____ **DNI:**____________

Fundamentos Lógicos de la Programación

Ingeniería Informática de Sistemas (grupo A)

Septiembre (15/09/09)

Toda respuesta debe venir justificada. La falta de justificación supondrá la no puntuación.

1. ¿Cuál de las siguientes asignaciones nos muestra que la implicación:

$$a \to (\neg b \vee c),\ \neg a \leftrightarrow (b \vee c),\ \neg a \wedge (b \leftrightarrow c) \vDash (b \to \neg a) \to \neg c$$

   es falsa?

   a) $v(a) = 1;\ v(b) = 1;\ v(c) = 1.$
   b) $v(a) = 0;\ v(b) = 0;\ v(c) = 1.$
   c) $v(a) = 1;\ v(b) = 1;\ v(c) = 0.$
   d) $v(a) = 0;\ v(b) = 1;\ v(c) = 1.$

2. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a $\neg(\alpha \leftrightarrow \beta)$

   a) $\neg\alpha \leftrightarrow \neg\beta$.
   b) $\neg\alpha \leftrightarrow \beta$.
   c) $(\neg\alpha \vee \beta) \wedge (\neg\beta \vee \alpha)$.
   d) $(\alpha \wedge \beta) \vee (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$.

3. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es universalmente válida?

   a) $\exists x p(x,a) \wedge \exists y q(y, f(b)) \rightarrow \exists x(p(x,a) \wedge q(y, f(b)))$.
   b) $\forall x(p(x) \wedge \neg q(x,a)) \vee (q(x,a) \wedge \exists x \neg p(x))$
   c) $(\exists x r(x,a) \rightarrow \forall y q(y)) \rightarrow (\forall x r(x,a) \rightarrow \forall z q(z))$
   d) $\exists x(p(x) \vee q(x)) \rightarrow \forall x(p(x) \vee q(x))$

4. Dado el lenguaje de primer orden con símbolos de constante a, símbolos de función f^1 y símbolos de relación p^1 y eq^2, consideremos la estructura $\mathbf{A}$ definida por:

   a) $A = \mathbb{N}$
   b) $a^{\mathbf{A}} = 0$
   c) $f^{\mathbf{A}}(n) = 2n + 1$
   d) $p^{\mathbf{A}} = \{n \colon n \in \mathbb{N}, n \text{ es primo}\}$
   e) $eq^{\mathbf{A}} = \{(m,n) \colon m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, m = n\}$

   Decir qué fórmula de las siguientes significa la negación de

   "para cualquier número primo m hay un número n tal que $m = 2n + 1$"

   a) $\exists x \forall y(\neg p(x) \vee eq(x, h(y)))$
   b) $\neg(\forall x p(x) \rightarrow \exists y eq(h(y), x))$
   c) $\exists x(p(x) \wedge \forall y \neg eq(x, h(y)))$
   d) $\forall x(\neg p(x) \rightarrow \exists y eq(x, h(y)))$

5. Para un lenguaje de primer orden **L** se considera la siguiente interpretación:

   - Como **L**-estructura **A** la determinada por:
     - $A = \mathbb{Z}$
     - $a^{\mathbf{A}} = 1$
     - $f^{\mathbf{A}}(x, y) = x + y$, para cualesquiera $x, y \in \mathbb{Z}$
     - $r^{\mathbf{A}} = \{(x, y) \colon x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z},$ existe $z \in \mathbb{Z}$ tal que $x \cdot z = y\}$
     - $q^{\mathbf{A}} = \{(x, y) \colon x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}, x = y\}$
   - Como asignación: una cualquiera, digamos s, cumpliendo $s(x) = 3$.

   ¿Cuál de las siguientes fórmulas de **L** no se hace verdadera bajo la interpretación $I^s_{\mathbf{A}}$?

   a) $\forall x(r(x, a) \rightarrow r(a, x))$.

   b) $\forall y q(y, y) \wedge r(x, f(f(a, a), a))$.

   c) $\forall y((r(y, x) \wedge r(y, f(x, a))) \rightarrow q(y, a))$.

   d) $\exists z \forall y(r(z, y) \rightarrow q(z, y))$.

6. Supongamos que tenemos tres cláusulas φ_1, φ_2 y φ_3; que $\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3$ y que ψ una resolvente de φ_1 y φ_2. En esta situación, ¿cuál de las siguientes situaciones puede darse?

   a) φ es satisfacible y ψ es insatisfacible.

   b) $\varphi_1 \wedge \varphi_2$ es satisfacible, pero ψ no.

   c) φ es insatisfacible y ψ es satisfacible.

   d) φ es satisfacible pero $\varphi \wedge \psi$ no.

7. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a la fórmula

$$\forall z \neg r(z, x) \to \forall x (r(x, y) \land \exists x \neg q(y, x))$$

a) $\exists z \forall w (\neg r(z, x) \lor (r(w, y) \land \neg q(y, w))$

b) $\forall w \exists x (r(w, x) \lor (r(w, y) \land \neg q(y, x)))$

c) $\exists z \forall w ((r(z, x) \lor r(w, y)) \land (r(z, x) \lor \neg q(y, z)))$

d) $\exists z \forall w \exists x \neg r(z, y) \lor (r(w, y) \land \neg q(y, x))$

8. Dados los literales $\varphi_1 = p(f(x), g(y), a)$ y $\varphi_2 = p(f(u), g(u), z)$, y las sustituciones

$$\sigma_1 = [(x|u)(y|u)(z|a)] \quad \text{y} \quad \sigma_2 = [(u|x)(y|x)(z|a)],$$

donde como es usual x, y, z, u denotan símbolos de variable y a denota símbolo de constante. Entonces:

a) σ_1 y σ_2 son unificadores principales para φ_1 y φ_2.

b) σ_1 y σ_2 son unificadores para φ_1 y φ_2. Además σ_1 es principal, mientras que σ_2 no lo es.

c) σ_1 y σ_2 son unificadores para φ_1 y φ_2, aunque ninguno de ellos es principal.

d) $\sigma_3 = [(x|a)(y|a)(z|a)(u|a)]$ es un unificador principal para φ_1 y φ_2.

9. Dado el conjunto de cláusulas:

$$\{p(x,a) \vee r(f(x)),\ q(x,b) \vee \neg r(x),\ \neg p(a,x) \vee q(f(x),x),\ p(y,y) \vee \neg q(x,z),\ \neg p(y,x) \vee \neg q(f(y),x)\}$$

Elegir la cierta entre las siguientes afirmaciones:

a) No podemos saber si es satisfacible o insatisfacible, pues el sistema de Herbrand es infinito.

b) Es satisfacible, pues no hay ninguna cláusula unitaria.

c) Es insatisfacible, pues hay una deducción lineal de la cláusula vacía.

d) Es satisfacible, pues no es un conjunto de Horn ni puede transformarse en un conjunto de Horn.

10. Dado un lenguaje de primer orden, supongamos que tenemos un conjunto Σ formado únicamente por cláusulas de Horn. Entonces:

a) Σ es satisfacible.

b) Σ es satisfacible sólo en el caso que no contenga cláusulas unitarias.

c) Σ es insatisfacible.

d) Las condiciones expresadas en el enunnciado no son suficientes para saber si Σ es satisfacible o insatisfacible.