Alumno:____ **DNI:**____________

Fundamentos Lógicos de la Programación

Ingeniería Informática de Sistemas
(Grupo A)
Septiembre (08/09/10)

SEÑALAR

curso/grupo	A	B
Ingeniería Informática		
Sistemas		
Gestión		

RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS DEL TEST

	A)	B)	C)	D)
Pregunta 01				•
Pregunta 02			•	
Pregunta 03	•			
Pregunta 04				•
Pregunta 05	•			
Pregunta 06	•			
Pregunta 07	•			
Pregunta 08				•
Pregunta 09		•		
Pregunta 10	•			

Preguntas del Test

Preg. Test 1 ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es ciertas?

a) Por el algoritmo de Davis-Putnam sabemos que $\{a \vee b \vee \neg c, \neg a \vee c, \neg b \vee c, a \vee c\}$ es satisfacible si, y sólo si, lo es $\{\neg a \vee c, a \vee c\}$.

b) Por el algoritmo de Davis-Putnam sabemos que $\{a \vee b \vee \neg c \vee d, \neg a \vee \neg c \vee d, b \vee \neg d, b \vee c \vee d, a \vee \neg d\}$ es satisfacible si, y sólo si, los conjuntos $\{b, a\}$ y $\{a \vee \neg b \vee \neg c, \neg a \vee \neg c, b \vee c\}$ son satisfacibles.

c) Por el algoritmo de Davis-Putnam sabemos que $\{\neg a \vee c \vee d, \neg a \vee b \vee \neg c, \neg b \vee d, a \vee b \vee d\}$ es insatisfacible si, y sólo si, los conjuntos $\{c \vee \neg d, b \vee \neg c, \neg b \vee d\}$ y $\{\neg b \vee d, b \vee d, \neg b \vee c\}$ son insatisfacibles.

d) Por el algoritmo de Davis-Putnam sabemos que $\{a \vee b \vee c, \neg a \vee b \vee c, \neg b \vee \neg c, \neg b\}$ es insatisfacible si, y sólo si, lo es $\{a \vee c, \neg a \vee c\}$.

Preg. Test 2 De los siguientes grupos de fórmulas proposicionales, ¿cuál satisface que $v(\alpha) \cdot v(\beta) = 1 + v(\gamma)$ para cualquier asignación v?

a) $\alpha = a$, $\beta = \neg b$, $\gamma = a \vee \neg b$.

b) $\alpha = a \vee \neg b$, $\beta = b \leftrightarrow c$, $\gamma = a \to c$.

c) $\alpha = a \to (\neg b \vee c)$, $\beta = \neg c \to (a \wedge b)$, $\gamma = \neg c$.

d) $\alpha = a \to \neg b$, $\beta = \neg a \wedge b$, $\gamma = a \to b$.

Preg. Test 3 ¿Cuál de las siguientes fórmulas es una tautología?

a) $((\neg\alpha \vee \neg\beta) \wedge (\gamma \to \alpha) \wedge (\delta \to \beta)) \to (\neg\gamma \vee \neg\delta)$

b) $((\neg\alpha \vee \beta) \wedge (\beta \vee \neg\gamma)) \to (\beta \vee \gamma)$

c) $(\alpha \wedge \beta) \vee (\neg\alpha \vee \beta)$

d) $(\alpha \wedge \gamma) \vee \neg\gamma$

Preg. Test 4 Dada la fórmula:

$$\varphi = p(x) \to \forall x(p(x) \vee \neg p(f(x)))$$

señalar bajo cuál de las siguientes interpretaciones $\langle \mathbf{A}, s\rangle$ es verdadera φ:

a) $\begin{cases} A = \mathbb{Z}, \\ (f)^{\mathbf{A}}(x) = x + 1, \\ (p)^{\mathbf{A}} = \{x \colon x \in \mathbb{Z}, x \text{ es PAR}\}, \\ s(x) = 2. \end{cases}$

b) $\begin{cases} A = \mathbb{Z}_4, \\ (f)^{\mathbf{A}}(x) = x + 1 \pmod 4, \\ (p)^{\mathbf{A}} = \{0, 1, 3\}, \\ s(x) = 1. \end{cases}$

c) $\begin{cases} A = \mathbb{Z}, \\ (f)^{\mathbf{A}}(x) = x + 1, \\ (p)^{\mathbf{A}} = \{x \colon x \in \mathbb{Z}, x \text{ es IMPAR}\}, \\ s(x) = 1. \end{cases}$

d) $\begin{cases} A = \mathbb{Z}_4, \\ (f)^{\mathbf{A}}(x) = x + 1 \pmod 4, \\ (p)^{\mathbf{A}} = \{0, 1, 3\}, \\ s(x) = 2. \end{cases}$

Preg. Test 5 ¿Cuál de los siguientes pares de literales es unificable?

a) $\langle r\big(f(h(z), a), g(h(a)), z\big), r\big(f(u, y), z, g(x)\big)\rangle$

b) $\langle r\big(f(h(z), a), f(x, y), z\big), r\big(f(u, a), z, x\big)\rangle$

c) $\langle r\big(f(y), g(x), z\big), r\big(f(u), z, x\big)\rangle$

d) $\langle r\big(f(y), g(x), z\big), r\big(f(u), z, a\big)\rangle$

Preg. Test 6 Señala la afirmación que sea cierta.

a) $\models \exists y \forall x r(x, y) \to \forall x \exists y r(x, y)$.

b) $\models \exists x(p(x) \to q(x)) \to (\exists x p(x) \to \forall x q(x))$

c) $\models \forall x \exists y r(x, y) \to \exists y \forall x r(x, y)$.

d) $\models \exists x(p(x) \to q(x)) \to (\forall x p(x) \to \forall x q(x))$

Preg. Test 7 Si Γ es un conjunto de proposiciones y $\Gamma \models \neg(a \to b) \to (\neg c \to \neg d)$, entonces ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) $\Gamma, \neg(a \to b) \models d \to c$

b) $\Gamma, \neg(a \to b), \neg d \models \neg c$

c) $\Gamma, \neg c \to \neg d \models \neg(a \to b)$

d) $\Gamma, \neg(a \to b), \neg c \models d$

Preg. Test 8 ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a la fórmula $\forall x(\forall x r(x,y) \to \exists y r(x, f(y)))$?:

a) $\forall x \exists w \exists y(r(w,y) \to r(x, f(y)))$.
b) $\forall x \forall z(r(x,y) \to r(x, f(z)))$.
c) $\forall x \exists y(r(x,z) \to r(x, f(y)))$.
d) $\forall x \exists w(r(w,y) \to r(x, f(w)))$.

Preg. Test 9 Para los literales $p(x, u, f(a))$ y $p(y, g(w), x)$, ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?:

a) la sustitución $(y|f(a))(u|g(b))(x|y)$ es un unificador principal.
b) la sustitución $(y|f(a))(u|g(w))(x|y)$ es un unificador principal.
c) la sustitución $(y|f(a))(u|g(w))(x|f(a))$ es un unificador, pero no es un unificador principal.
d) no son unificables.

Preg. Test 10 Dado un lenguaje de primer orden, supongamos que tenemos un conjunto Σ formado únicamente por cláusulas de Horn de dicho lenguaje. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?:

a) Σ es satisfacible.
b) Σ es insatisfacible.
c) Es posible encontrar una refutación lineal-input de Σ usando como cláusula raíz, la cláusula negativa.
d) Con las condiciones que enumera el enunciado sobre Σ, no es suficiente para determinar si Σ es satisfacible o insatisfacible.

clave: $1d$, $2c$, $3a$, $4d$, $5a$, $6a$, $7a$, $8d$, $9b$, $10a$.

Preguntas para desarrollar (deben contestarse **dos de entre** las **tres**)[1]

Preg. 1 Demuestra que el conjunto formado por las siguientes cláusulas es insatisfacible:

- $S(x, f(x)) \vee V(x) \vee \neg E(x)$,
- $C\big(f(x)\big) \vee V(x) \vee \neg E(x)$,
- $P(a)$,
- $E(a)$,
- $P(y) \vee \neg S(a,y)$,
- $\neg V(x) \vee \neg P(x)$,
- $\neg P(x) \vee \neg C(x)$.

Utiliza para ello resolución lineal input ordenada.

Preg. 2 Demostrar que la siguiente fórmula es a la vez satisfacible y refutable:

$$\neg\exists x \forall y(p(x,y) \to p(x,x)) \wedge \forall x \forall y \forall z(\neg p(x,z) \to (p(x,y) \to \neg p(y,z)))$$

Preg. 3 Considerar las siguientes fórmulas de primer orden:

- $\xi_1 = \forall x P(x) \to \forall x \forall y \exists z(S(x, f(x,y), z) \to \forall u R(x,y,z,u))$
- $\xi_2 = \neg\exists x \exists y((P(x) \vee T(x)) \to \forall x(Q(x) \wedge N(x,y)))$
- $\xi_3 = \forall x \forall y \forall z((N(x, g(y)) \to Q(z)) \vee \exists z(T(z) \to \forall z S(x,y,h(z))))$
- $\xi_4 = \forall x \forall y \forall w((\exists z M(z,w) \wedge \exists u S(x,u,h(z))) \to \exists v N(y,v))$
- $\psi = \neg(\exists x \forall y(\forall z S(x,y,z) \to \exists u M(u,y)) \wedge \forall y(T(y) \to \exists x N(x,y)))$

y transformar el problema:

$$\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4 \models \psi$$

en un problema equivalente consistente en estudiar la insatisfacibilidad de un cierto conjunto de cláusulas por determinar en el ejercicio. **No se pide ahora estudiar si es o no insatisfacible dicho conjunto de cláusulas.**

[1] Si se entregase desarrollo de las tres, se eliminará la que merezca la puntuación más alta.