

TRIGONOMETRÍA HIPERBÓLICA

$$\operatorname{senh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \operatorname{cosh} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

“ $\operatorname{senh} x$ ” (resp. “ $\operatorname{cosh} x$ ”) se lee “*seno hiperbólico*” (resp. “*coseno hiperbólico*”). Con estas funciones se pueden definir la *tangente hiperbólica* y la *cotangente hiperbólica* que respectivamente son:

$$\tanh x = \frac{\operatorname{senh} x}{\operatorname{cosh} x} \quad \operatorname{ctgh} x = \frac{\operatorname{cosh} x}{\operatorname{senh} x}$$

es decir,

$$\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad \operatorname{ctgh} x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

El dominio de todas estas funciones es \mathbb{R} , salvo $\operatorname{ctgh} x$ que tiene por dominio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Entre las funciones hiperbólicas se dan, aparte de otras, las siguientes relaciones:

1. $\operatorname{cosh}^2 x - \operatorname{senh}^2 x = 1$
2. $\operatorname{senh}^2 x + \operatorname{tgh}^2 x = 1$
3. $\operatorname{senh}(-x) = -\operatorname{senh} x$
4. $\operatorname{cosh}(-x) = \operatorname{cosh} x$
5. $\operatorname{tgh}(-x) = -\operatorname{tgh} x$
6. $\operatorname{senh}(x \pm y) = \operatorname{senh} x \operatorname{cosh} y \pm \operatorname{cosh} x \operatorname{senh} y$
7. $\operatorname{cosh}(x \pm y) = \operatorname{cosh} x \operatorname{cosh} y \pm \operatorname{senh} x \operatorname{senh} y$
8. $\operatorname{tgh}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tgh} x \pm \operatorname{tgh} y}{1 \pm \operatorname{tgh} x \operatorname{tgh} y}$
9. $\operatorname{senh} 2x = 2 \operatorname{senh} x \operatorname{cosh} x$
10. $\operatorname{cosh} 2x = \operatorname{cosh}^2 x + \operatorname{senh}^2 x = 2 \operatorname{cosh}^2 x - 1 = 1 + 2 \operatorname{senh}^2 x$
11. $\operatorname{tgh} 2x = \frac{2 \operatorname{tgh} x}{1 + \operatorname{tgh}^2 x}$
12. $\operatorname{senh} \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{\operatorname{cosh} x - 1}{2}}$ (+ si $0 < x$, - si $x < 0$)
13. $\operatorname{cosh} \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{cosh} x + 1}{2}}$
14. $(\operatorname{senh} x)' = \operatorname{cosh} x$
15. $(\operatorname{cosh} x)' = \operatorname{senh} x$
16. $(\operatorname{tgh} x)' = 1/\operatorname{cosh}^2 x$
17. $(\operatorname{ctgh} x)' = -1/\operatorname{senh}^2 x$