

29/Octubre/2024.

① Sean los números complejos:

$$z_1 = 1, \quad z_2 = \frac{-1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad z_3 = -\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

a) Demuestra que $|z_1| = 1$, $\arg(z_1) = 0$

$$|z_2| = 1, \quad \arg(z_2) = 2\pi/3$$

$$|z_3| = 1, \quad \arg(z_3) = 4\pi/3$$

b) Escribe z_1, z_2, z_3 en forma polar $|z|e^{i\arg(z)}$

c) Demuestra que la ecuación $z^3 = 1$ tiene exactamente tres soluciones en \mathbb{C} .

d) Demuestra que la ecuación $x^3 = 1$ tiene una única solución en \mathbb{R} .

e) Comenta los resultados c) y d).

② a) Usando las ecuaciones de Cauchy-Riemann, calcula razonadamente el conjunto de números complejos donde la función

$$f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \text{ dada por } f(z) = 2|z|^2 - 7\bar{z}$$

es derivable.

b) Calcula $f'(z)$ para dichos puntos.