

# FUNDAMENTOS DE BIOLOGÍA APLICADA I

Final. 4 de julio de 2005

Nombre \_\_\_\_\_ DNI \_\_\_\_\_

Grupo \_\_\_\_\_

**EJERCICIO 1.** Para una cierta especie se ha comprobado que las tasas de fertilidad y mortalidad vienen dadas por

$$f(P) = \frac{\lambda^2}{\lambda + P} \quad y \quad m(P) = \frac{P}{\lambda + P}$$

respectivamente, siendo  $\lambda > 0$  un parámetro dependiente de las condiciones del hábitat. Se pide que:

- a) compruebes que la dinámica de la especie viene dada por la familia de ecuaciones en diferencias:

$$P_{n+1} = \frac{\lambda P_n + \lambda^2 P_n}{\lambda + P_n}, \quad \lambda > 0.$$

- b) determines los puntos de equilibrio para cada ecuación de la familia.  
c) estudies la estabilidad de los puntos de equilibrio calculados en el apartado anterior.

**EJERCICIO 2.** Considera el siguiente sistema de ecuaciones en diferencias:

$$P_{n+1} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0,75 & 0 \end{pmatrix} P_n.$$

Se pide que:

- a) compruebes, justificadamente, que el vector  $v_1 = (6, 1)$  es un vector propio de la matriz asociada al sistema.  
b) compruebes, justificadamente, que el vector  $v_2 = (2, -3)$  es un vector propio de la matriz asociada al sistema.  
c) determines, justificadamente, cuáles son los valores propios de la matriz asociada al sistema.  
d) propongas una situación real para el modelo propuesto y hagas una interpretación, a largo plazo, de dicha situación.

**EJERCICIO 3.** Considera el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\left. \begin{aligned} x' &= (2 - x - y)x \\ y' &= (x - y)y \end{aligned} \right\}.$$

Suponiendo que dicho sistema representa una interacción entre las especies  $x$  e  $y$ , se pide que

- a) calcules todos los puntos de equilibrio del sistema.  
b) estudies el comportamiento de la especie  $x$  cuando está sola.  
c) estudies el comportamiento de la especie  $y$  cuando está sola.  
d) determines la relación entre ambas especies y comentes todo lo que te parezca oportuno sobre dicha interrelación.