

FUNDAMENTOS DE BIOLOGÍA APLICADA I

Final. 3 de julio de 2006

Nombre _____ DNI _____

Grupo _____

- Responde, **de manera justificada**, a cada uno de los siguiente ejercicios.
- No respondas a dos ejercicios distintos en una misma página.
- Cada ejercicio vale 1,5 puntos.

EJERCICIO 1. Considera la ecuación en diferencias

$$P_{n+1} = P_n e^{P_n - 1}.$$

- Calcula las soluciones constantes de la ecuación.
- Estudia la estabilidad de los puntos fijos asociados a las soluciones calculadas en el apartado anterior.

EJERCICIO 2. Considera la matriz

$$M = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,75 \\ 0,5 & 0,25 \end{pmatrix}.$$

- Comprueba que M es de probabilidad y ergódica.
- Calcula un vector propio dominante. (Sugerencia: $\lambda = 1$ es el valor propio dominante de M).
- Da un ejemplo de aplicación de la matriz M . Explica el comportamiento a largo plazo de la situación expuesta.

EJERCICIO 3. Una determinada especie de ratones (genéticamente modificados) se estructura en tres grupos de edad: crías (C, 0-1 meses), jóvenes (J, 1-2 meses) y adultos (A, 2-3 meses). Tras tres meses de observación se obtienen los siguientes datos:

- 3 de julio: comienza el experimento con una población inicial de 600 individuos, todos ellos crías.
- 3 de agosto: hay 240 jóvenes.
- 3 de septiembre: hay 360 crías y 180 adultos.
- 3 de octubre: hay 360 crías y 144 jóvenes.

Calcula la matriz de Leslie que determina la dinámica de esta población de ratones.

EJERCICIO 4. Determina el retrato de fases de la ecuación diferencial autónoma

$$x' = x(2 - x)(3 - x).$$

EJERCICIO 5. Determina las isóclinas y las regiones de crecimiento y decrecimiento del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales autónomas:

$$\left. \begin{aligned} x' &= (6 - 2x - 3y)x \\ y' &= (6 - 3x - 2y)y \end{aligned} \right\}$$