Fundamentos de Biología Aplicada I

Curso 2002-2003. Relación nº 1.

1) Calcula las derivadas parciales, $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$, en cada caso:

i) $f(x,y) = \sqrt{1+x^2+\cos^2 y}$ ii) $f(x,y) = e^x(1+y^2)$

iii) $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+e^y}$ iv) $f(x,y) = \dfrac{y}{1+y^2e^x}$

2) Calcula los puntos críticos de

i) $f(x,y) = x^2+3x-y^2$ ii) $f(x,y) = x^4-2x^2y^2+y^4$

3) Calcula la recta de mínimos cuadrados para los datos $(0,1)$, $(2,0)$, $(3,1)$.

4) Considera la familia de funciones $x(t) = a e^{bt}$ con "a" y "b" parámetros positivos. Plantea el ajuste por mínimos cuadrados para la siguiente tabla y encuentra las ecuaciones que determinan "a" y "b":

t	0	1	2
x	1	2	4

5) Resuelve el problema 4 linealizando (esto es, pasando a un ajuste de mínimos cuadrados por rectas).

6) Lo mismo que el problema 4 pero para la familia de funciones $x(t) = \dfrac{a}{1+bt}$ y la tabla

t	0	1	2
x	3	2	1

7) Resuelve el problema 6 linealizando.

8) Lo mismo que el problema 4 pero para la familia de funciones $x(t) = ab^t$ $(a, b > 0)$ y la tabla

t	1	2	3	4
x	2	5	14	32

9) Se plantea un ajuste logístico para los datos

t	0	1	2	3
x	0'3	0'45	0'47	0'49

Describe, hasta donde te sea posible, el procedimiento de mínimos cuadrados.

Fundamentos de Biología Aplicada I

Curso 2002-2003. Relación nº 2.

1) Considera la ecuación en diferencias

$$x_{n+1} = a + b x_n + c x_n^2$$

con a, b, c parámetros reales. Determina valores de dichos parametros para que, en cada caso, se verifique que

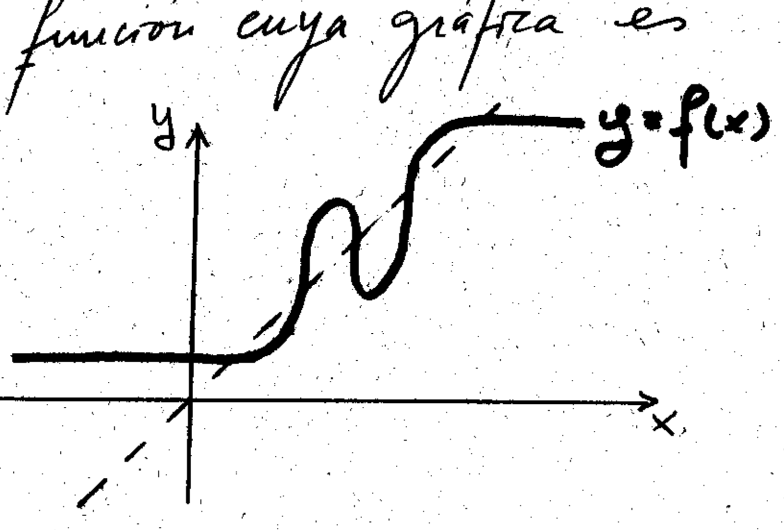
i) $\{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$ sea una solución.

ii) $\{1, 1, 1, \ldots\}$ sea una solución asintóticamente estable.

iii) $\{1, 2, 1, 2, \ldots\}$ sea un 2-ciclo.

iv) $\{1, 0, 2, 1, 0, 2, \ldots\}$ sea un 3-ciclo.

2) Considera la ecuación en diferencias $x_{n+1} = f(x_n)$ con $f(x)$ una función cuya gráfica es



Determina los puntos fijos y estudia la estabilidad en cada uno de ellos.

3) Considera la ecuación en diferencias

$$P_{n+1} = (1+a)P_n + P_n^2$$

donde "a" es un parámetro real.

i) Calcula los puntos fijos y estudia la estabilidad.

ii) Toma $a=-1$, $P_0 = \frac{4}{5}$. Calcula P_1, P_2, P_3, P_4. Haz una representación gráfica.

4) Considera la ecuación en diferencias $P_{n+1} = P_n + hP_n(5-3P_n)$ con $h>0$. Calcula los puntos fijos y estudia las propiedades de estabilidad.

5) Las tasas de fertilidad y mortalidad en una cierta población vienen dadas por

$$f(P) = 2e^{-P} \; ; \quad m(P) = 1 - 0'5e^{-P}$$

i) Dibuja las gráficas de f y m. Interprétalas.

ii) La dinámica de nuestra población viene dada por

$$P_{n+1} = \lambda(P_n)\cdot P_n$$

Calcula $\lambda(P)$ y dibuja su gráfica.

iii) Calcula los puntos fijos y estudia la estabilidad.

Fundamentos de Biología Aplicada I

Curso 2002-2003. Relación nº 3.

1) Calcula, cuando sea posible, la matriz inversa de:

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2) Calcula, en cada caso, los valores propios de:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

3) Decide, en cada caso, si v es vector propio:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 12 & -2 \\ 1 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} 15 \\ 11/2 \\ 3 \end{pmatrix}$

4) Diagonaliza las siguientes matrices:

$$\begin{pmatrix} -14 & -20 \\ 12 & 17 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5) Calcula A^{27} para $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

6) Sea una matriz $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}$ tal que $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 3$ son sus valores propios y $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ los vectores propios respectivos.

¿Puedes calcular A?

Fundamentos de Biología Aplicada I

Curso 2002-2003. Relación nº 4.

1) Una determinada población se estructura en dos grupos de edad, G_1 y G_2. Las tasas de fecundidad son 2 para G_1 y 6 para G_2. La probabilidad de que un individuo pase del grupo G_1 al G_2 es 0'5. Determina la matriz de Leslie L, calcula su potencia L^n y decide lo que ocurre con la población a largo plazo.

2) En un programa de fertilización cada planta con posible genotipo AA, Aa, aa se fertiliza con una del tipo Aa. Encuentra la matriz M de transición entre generaciones:

$$x_{n+1} = M x_n, \quad M \in \mathcal{M}_{3\times 3}.$$

3) En un mecanismo hereditario ligado al sexo, suponemos que las hembras de genotipo **aa** no alcanzan la madurez y, por tanto, no se reproducen. Así los posibles apareamientos son

$$(A, AA), (A, Aa), (a, AA), (a, Aa).$$

Encuentra el sistema de ecuaciones en diferencias que determina la probabilidad de apareamientos en cada generación:

$$x_{n+1} = M x_n, \quad M \in \mathcal{M}_{4\times 4}.$$