Título de la experiencia: CUNA DE NEWTON

- Parte Física: Mecánica.

- Tema del Programa: Tema1: Ampliación de la dinámica de Newton. Sistemas de partículas. Centro de masas.- Movimiento del centro de masas.- Colisiones.

- Leyes físicas involucradas:

  - Conservación de la cantidad de movimiento.
  - Conservación de la energía.
  - 2ª Ley de Newton.

- Material:

Cinco bolas iguales que cuelgan de un bastidor y están en contacto a la misma altura y perfectamente en línea.

http://www.youtube.com/watch?v=y4p-LTt6fsk

- Construcción y descripción:

La disposición de las bolas hace que el choque entre ellas sea frontal. Además, como son de acero, podemos suponer que es también un choque elástico, sin pérdida de

energía. Al separar una de las bolas y la dejarla caer sobre las demás, se comprueba que cuatro de las bolas, incluida la que se ha dejado caer, quedan en reposo y la última sale a la misma velocidad que llegó la primera (en realidad a un poco menor). Si se lanzan dos bolas, saldrán disparadas las dos del otro lado. Y lo mismo si se dejan caer tres o cuatro bolas.
Puede probarse a hacer otras combinaciones, por ejemplo hacer chocar una bola de un lado y dos del otro, dos y tres, dos y dos dejando una quieta en el centro, etc.

- Explicación:

En la situación inicial en la que no se aprieta la botella, la carcasa del bolígrafo
Se conserva simultáneamente la cantidad de movimiento y la energía cinética, es decir, en el caso de que caiga una sola bola de masa *m* y velocidad *v*, tienen que cumplirse las dos ecuaciones:

$$mv = mv_1 + mv_2 + mv_3 + mv_4 + mv_5$$

$$mv^2 = mv_1^2 + mv_2^2 + mv_3^2 + mv_4^2 + mv_5^2$$

No podemos resolver el sistema de dos ecuaciones con cinco incógnitas, pero podemos hacer un tanteo de posibles soluciones pensando en el significado físico. Por ejemplo, la primera ecuación se cumple si las cinco bolas salen juntas con una velocidad cinco veces menor que *v*, la de la bola que llega:

$$mv = 5m\frac{v}{5}$$

pero entonces no se cumple la conservación de la energía, ya que:

$$mv^2 > 5m\left(\frac{v}{5}\right)^2 = m\frac{v^2}{5}$$

Se puede hacer el mismo tanteo numérico para el caso de que salieran disparadas cuatro, tres o dos bolas después de caer una y ver que tampoco en esos casos se pueden cumplir a la vez las dos ecuaciones que, en cambio, sí se cumplen cuando se considera que salen el mismo número de bolas que llegan. La solución elegante es muy fácil tomando sólo dos bolas, una en reposo y otra que cae. Se ve enseguida que la única solución es que la que llega quede parada y la otra salga a la velocidad de la primera.

Choque de dos bolas
Consideremos primero el caso más simple, la colisión entre una bola de masa *m* incidente con velocidad *v* contra otra bola idéntica que está en reposo.

Por la conservación del momento lineal y de la energía, podemos escribir:

$$mv = mv_1 + mv_2$$

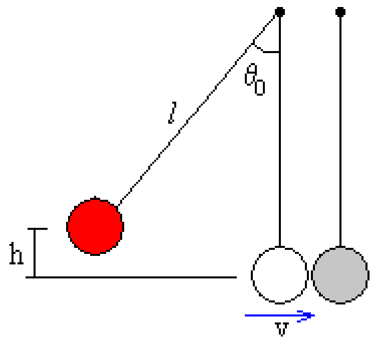
$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

Las dos soluciones de este sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas son: $v_1 = v$ y $v_2 = 0$, que son los datos de partida, y $v_1 = 0$ y $v_2 = v$.

Es decir, en un choque de dos bolas idénticas, una de las cuales está en reposo, hay un intercambio de momento lineal, la primera se lo cede a la segunda, quedando aquella en reposo.
En una sucesión de bolas, la primera choca con la segunda, la segunda bola choca con la tercera, etc. El momento lineal de la bola incidente se transfiere a la siguiente y así sucesivamente.

Podemos estudiar el comportamiento de la cadena de n-bolas idénticas por partes:

1. Se desplaza la primera bola de la posición de equilibrio y se suelta. Si el *c.m.* de la bola asciende una altura h, la velocidad v de la primera bola en el momento en el que choca con la segunda bola en reposo es



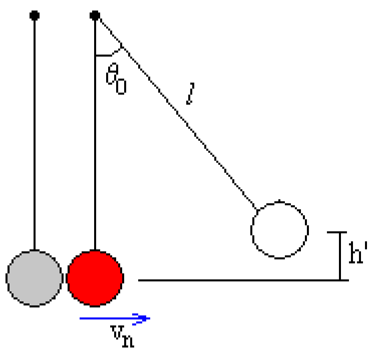
$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh}$$

La bola incidente que cuelga de un hilo de longitud l se comporta como un péndulo describiendo un *MAS* de amplitud θ_0, con $h = l(1 - \cos\theta)$

La ecuación del *MAS* es $\theta = -\theta_0 \cos(\omega t)$, con $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

La primera bola choca con la segunda cuando $\omega t = \frac{\pi}{2}$.

2. La última bola alcanza una velocidad v_n en el momento en el que se separa de la penúltima bola n-1. Como ocurre con un péndulo su energía cinética se convierte en energía potencial cuando alcanza el máximo desplazamiento angular



$$mgh' = \frac{1}{2}mv_n^2 \quad \Rightarrow \quad v_n = \sqrt{2gh'}$$