

- Ejemplo : La senda de expansión de la producción a mínimo coste. La función de coste a largo plazo. La elasticidad en coste

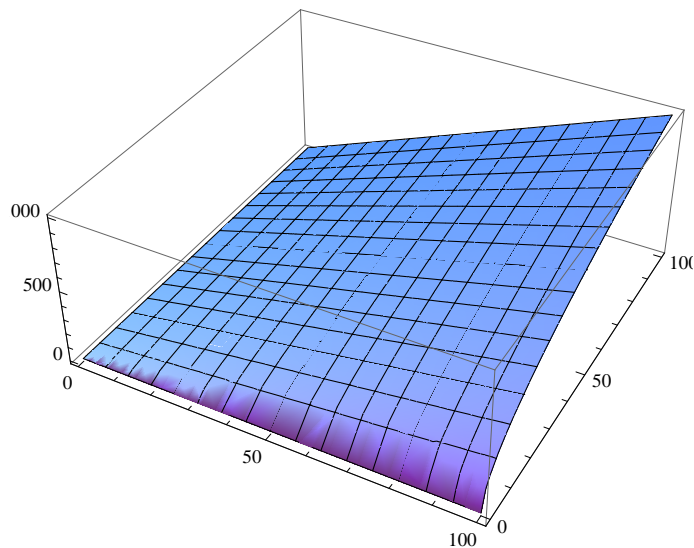
```
Clear["Global`*"]
```

Datos

```
a = 1; r = 1; s = 1 / 2;
Q[L_, K_] := a L^r K^s
w = 4; i = 2;
Ka = 10;
```

Desarrollo

```
Plot3D[Q[L, K], {L, 0, 100}, {K, 0, 100}]
```



La senda de expansión de la producción a mínimo coste (SEP_{mc}) se obtiene uniendo todas las combinaciones de factores (cestas) donde el coste de producirlas es mínimo dado un nivel de producción (problema dual) Se trata entonces de igualar los productos marginales ponderados por los precios y despejar K función de L

$$\text{Sol} = \text{K /. Solve}\left[\frac{D[Q[L, K], L]}{w} == \frac{D[Q[L, K], K]}{i}, K\right];$$

```
SEPmc[L_] = Sol[[1]];
```

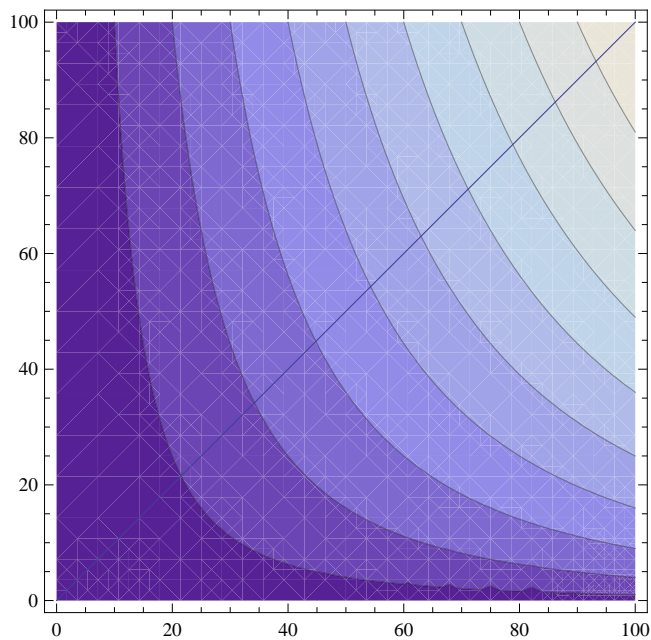
```
SEPmc[L]
```

```
L
```

Vemos que se trata de una línea recta

de línea que recta se trata una Vemos

```
Show[{ContourPlot[Q[L, K]], {L, 0, 100}, {K, 0, 100}], Plot[SEPMC[L], {L, 0, 100}]]
```



Para encontrar la función de coste a largo plazo de la empresa, simplemente tenemos que calcular el coste sobre la senda para los distintos niveles de L

$$Qs[L_] = Q[L, SEPMC[L]]$$

$$L^{3/2}$$

y, luego, calcular la inversa de dicha función, es decir, despejar las cantidades de trabajo necesario (sobre la senda) para los distintos niveles de producción, lo que, en la práctica, significa resolver en L la siguiente ecuación:

$$Sol = L /. Solve[Qs[L] == Qss, L];$$

$$Ls[Qss_] = Sol[[1]]$$

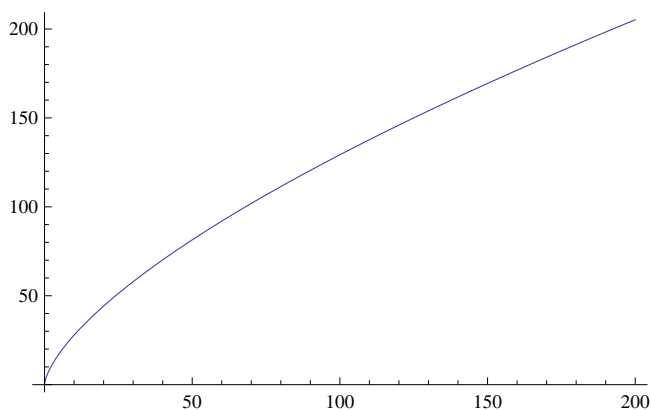
$$Qss^{2/3}$$

Ya tenemos el trabajo requerido sobre la SEPMC para cada nivel de producción y, también el capital, en consecuencia. Podemos, entonces, calcular el coste :

$$CLP[Qss_] = w Ls[Qss] + i SEPMC[Ls[Qss]]$$

$$6 Qss^{2/3}$$

```
Plot[{CLP[Qt]}, {Qt, 0, 200}, AxesOrigin -> {0, 0}]
```



Podemos ahora calcular la elasticidad en coste aplicando su definición simplemente

$$\mathbf{CMeLP}[Q] = \mathbf{CLP}[Q] / Q$$

$$\frac{6}{Q^{1/3}}$$

$$\mathbf{CMaLP}[Q] = \mathbf{D}[\mathbf{CLP}[Q], Q]$$

$$\frac{4}{Q^{1/3}}$$

$$\mathbf{Ec}[Q] = \frac{\mathbf{CMaLP}[Q]}{\mathbf{CMeLP}[Q]}$$

$$\frac{2}{3}$$