

EXAMEN FINAL EXTRAORDINARIO DE TÉCNICAS CUANTITATIVAS III. 10/7/2024.

APELLIDOS, NOMBRE:

DNI:

En todos los casos, considere un nivel de confianza del 95% ($z=2$).

1. Se quiere estimar el tanto por ciento de alumnos que asisten a clase en la universidad de Granada. Se toma una muestra aleatoria simple de 25 aulas de un total de 500, obteniendo los siguientes valores:

$$\bar{p} = 20,2 \quad \bar{m} = 72 \quad \sum_{i=1}^{25} p_i^2 = 6400 \quad \sum_{i=1}^{25} m_i^2 = 68000 \quad \sum_{i=1}^{25} p_i m_i = 20880$$

p_i representa el número de alumnos matriculados en una asignatura que están presentes en un aula y m_i el número total de alumnos matriculados en esa asignatura.

- a) (1 punto) Estime el tanto por ciento de alumnos que asisten a clase y el límite para el error de estimación.
- b) (1 punto) Se quiere ampliar el estudio de forma que la estimación tenga un error inferior al 0,5%, ¿cuántas aulas deberían observarse?
2. Una inspectora de control de calidad debe estimar la proporción de circuitos integrados de ordenador defectuosos que provienen de dos diferentes operaciones de ensamble. Ella sabe que de los circuitos integrados que van a ser inspeccionados, el 60% procede de la operación de ensamble A y el 40% de la operación de ensamble B. En una muestra aleatoria de 250 circuitos integrados resulta que 50 provienen de la operación A y 200 de la operación B. Entre los circuitos integrados muestreados de la operación A, 2 son defectuosos. Entre los circuitos integrados de la operación B, 16 son defectuosos.
- a) (1 punto) Considerando una sola muestra aleatoria simple de 250 circuitos integrados, estime la proporción de defectuosos y el límite para el error de estimación.
- b) (1 punto) Estratifique la muestra en circuitos integrados provenientes de la operación A y de la operación B. Estime la proporción de defectuosos y el límite para el error de estimación.
- c) (1 punto) ¿Qué respuesta encuentra más aceptable? ¿Por qué?
- d) (1 punto) Si se hubiera tomado la muestra de los 250 circuitos con asignación proporcional ¿Cuántos se hubieran observado procedentes de A y cuantos procedentes de B?
3. Se quiere conocer el flujo de automóviles en el peaje de una autopista. Para ello, en un mes de 30 días, se seleccionaron al azar 4 días, observándose en esas 96 horas que 52600 automóviles pasaron por el peaje.
- a) (1 punto) Estime con un intervalo de confianza el **nº de automóviles/hora** que pasaron por el peaje durante ese mes.
- b) (1 punto) Si se quisiera repetir en otro mes de 30 días el mismo estudio, garantizando para la anterior estimación un error inferior a 3 *automóviles/hora*, ¿cuantos días deberíamos observar?
4. Un ahorrador ha de decidir en qué tipo de fondo de inversión va a depositar su dinero. Puede optar por un fondo de inversión muy agresivo, un fondo mixto que entraña un riesgo moderado o decidirse por títulos de renta fija. En función de la evolución de los mercados, las ganancias que puede obtener con cada uno de los fondos son:

	Evolución buena	Evolución mala
Fondo agresivo	100	-100
Fondo mixto	60	-20
Títulos renta fija	40	5

La probabilidad estimada de que la evolución de los mercados sea buena o mala es, respectivamente, de un 0,6 y 0,4.

- a) (1 punto) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar, como máximo, por conocer la evolución de los mercados?
- b) (1 punto) Suponga que el inversor puede recurrir a una consultora que pronostica bastante acertadamente cuál va a ser la marcha del mercado. Las probabilidades de si el mercado sigue una determinada evolución, este hecho haya sido pronosticado por la consultora, están recogidas en la siguiente tabla:

	<i>La consultora pronostica una evolución</i>	
	<i>buena</i>	<i>mala</i>
Evolución buena	0,7	0,3
Evolución mala	0,2	0,8

¿Cuál es el valor máximo de esta información?

SOLUCIONES:**1.- a)**

$$\bar{p} = 20,2 \quad \bar{m} = 72 \quad \sum_{i=1}^{25} p_i^2 = 6400 \quad \sum_{i=1}^{25} m_i^2 = 68000 \quad \sum_{i=1}^{25} p_i m_i = 20880$$

$$p_i = y_i \quad \hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{25} y_i}{\sum_{i=1}^{25} m_i} = \frac{\bar{y}}{\bar{m}} = \frac{20,2}{72} = 0,2806 \quad (28,06\%)$$

$$S_c^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{25} (y_i - \hat{p} m_i)^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^{25} y_i^2 + \hat{p}^2 \sum_{i=1}^{25} m_i^2 - 2\hat{p} \sum_{i=1}^{25} m_i y_i \right) =$$

$$= \frac{1}{24} (6400 + (0,2806^2 \times 68000) - (2 \times 0,2806 \times 20880)) = 1,50902$$

$$\bar{M} \cong \bar{m} = 72$$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{1}{M^2} \frac{S_c^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right) = \frac{1}{72^2} \frac{1,50902}{25} \frac{500-25}{500} = 0,0000111 \Rightarrow B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{p})} = 0,00666 \quad (0,666\%)$$

b)

$$D = \frac{B^2 \bar{M}^2}{4} = \frac{0,005^2 \times 72^2}{4} = 0,0324 \quad n = \frac{N\sigma_c^2}{ND + \sigma_c^2} = \frac{500 \times 1,50902}{(500 \times 0,0324) + 1,50902} = 42,6 \approx 43 \text{ aulas}$$

2.- a)

$$\hat{p} = \frac{2+16}{50+200} = \frac{18}{250} = 0,072 \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 0,928 \quad n = 250$$

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{\hat{p}\hat{q}}{n-1} = 0,000268337 \quad 2\sqrt{\hat{V}(\hat{p})} = 0,032762012$$

b)

$$\hat{p}_{st} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^2 N_i \hat{p}_i = \sum_{i=1}^2 \frac{N_i}{N} \hat{p}_i = (0,60 \times \frac{2}{50}) + (0,40 \times \frac{16}{200}) = 0,056$$

$$\hat{V}(\hat{p}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^2 N_i^2 \frac{\hat{p}_i \hat{q}_i}{n_i - 1} \frac{N_i - n_i}{N_i} = \sum_{i=1}^2 \frac{N_i^2}{N^2} \frac{\hat{p}_i \hat{q}_i}{n_i - 1} = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{N_i}{N} \right)^2 \frac{\hat{p}_i \hat{q}_i}{n_i - 1} =$$

$$= \left(0,60^2 \times \frac{\frac{2}{50} \times \frac{48}{50}}{49} \right) + \left(0,40^2 \times \frac{\frac{16}{200} \times \frac{184}{200}}{199} \right) = 0,000341298$$

$$2\sqrt{\hat{V}(\hat{p}_{st})} = 0,036948522$$

d)

$$n_1 = n \times \omega_1 = 250 \times 0,60 = 150$$

$$n_2 = n \times \omega_2 = 250 \times 0,40 = 100$$

3.- a)

$$n = 4 \text{ días} \quad a = 1 \text{ día} = 24 \text{ horas} \quad m = \sum_{i=1}^n m_i = 52600 \quad \bar{m} = \frac{m}{n} = 13150$$

$$\hat{\lambda} = \frac{m}{na} = \frac{\bar{m}}{a} = \frac{13150}{24} = 547,9167 \text{ automoviles / hora}$$

$$\hat{V}(\hat{\lambda}) = \frac{\hat{\lambda}}{an} = \frac{547,9167}{24 \times 4} = 5,7075 \quad 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\lambda})} = 4,7781$$

$$(547,9167 \mp 4,7781) = (5431386, 552,6948)$$

b)

$$2\sqrt{\hat{V}(\hat{\lambda})} = 3 \Rightarrow 4\hat{V}(\hat{\lambda}) = 9 \Rightarrow 4 \frac{\hat{\lambda}}{an} = 9 \Rightarrow n = \frac{4 \times 547,9167}{24 \times 9} = 10,1466$$

4.- a)

Probabilidad a priori	0,6	0,4	
	<i>Evolución buena</i>	<i>Evolución mala</i>	<i>VME(a_i)</i>
Fondo agresivo	100	-100	20
Fondo mixto	60	-20	28
Títulos renta fija	40	5	26

Según el criterio del valor monetario esperado (con las probabilidades a priori) la decisión óptima sería **“Fondo mixto”** y las ganancias esperadas serían **28**.

El valor monetario esperado conociendo con certeza la evolución del mercado sería:

$$VMEIP = (0,6 \times 100) + (0,4 \times 5) = 62$$

Por tanto, el valor de la información perfecta (valor de conocer con certeza la evolución del mercado) es:

$$VIP = VMEIP - VME(\text{máximo}) = 62 - 28 = 34$$

b)

Pronóstico de la consultora: Evolución buena (c₁)				
<i>e_i</i>	<i>P(e_i)</i>	<i>P(c₁/e_i)</i>	<i>P(c₁/e_i)P(e_i)</i>	<i>P(e_i/c₁)</i>
<i>e₁</i> : Evolución buena	0,6	0,7	0,42	0,84
<i>e₂</i> : Evolución mala	0,4	0,2	0,08	0,16
SUMAS	1	<i>P(c₁)</i> =	0,50	1

Probabilidad a posteriori / c₁	0,84	0,16	
	<i>Evolución buena</i>	<i>Evolución mala</i>	<i>VME(a_i) / c₁</i>
Fondo agresivo	100	-100	68
Fondo mixto	60	-20	47,2
Títulos renta fija	40	5	34,4

Según el criterio del valor monetario esperado (con las probabilidades a posteriori / c₁) la decisión óptima sería **“Fondo agresivo”** y las ganancias esperadas serían **68**.

Pronóstico de la consultora: Evolución mala (c_2)				
e_i	$P(e_i)$	$P(c_2/e_i)$	$P(c_2/e_i)P(e_i)$	$P\left(\frac{e_i}{c_2}\right)$
e_1 : Evolución buena	0,6	0,3	0,18	0,36
e_2 : Evolución mala	0,4	0,8	0,32	0,64
SUMAS	1	$P(c_2) =$	0,50	1

Probabilidad a posteriori / c_2	0,36	0,64	
	<i>Evolución buena</i>	<i>Evolución mala</i>	<i>VME(a_i) / c_2</i>
Fondo agresivo	100	-100	-28
Fondo mixto	60	-20	8,8
Títulos renta fija	40	5	17,6

Según el criterio del valor monetario esperado (con las probabilidades a posteriori / c_2) la decisión óptima sería “**Títulos renta fija**” y las ganancias esperadas serían **17,6**.

Las ganancias esperadas medias con el pronóstico de la consultora son (**valor monetario esperado con información imperfecta**):

$$VMEII = (68 \times P(c_1)) + (17,6 \times P(c_2)) = 42,8$$

Y sin el informe de la consultora serían 28, luego estaríamos dispuestos a pagar como máximo por dicha información (**valor de la información imperfecta**):

$$VII = 42,8 - 28 = 14,8$$

EXAMEN FINAL EXTRAORDINARIO DE TÉCNICAS CUANTITATIVAS III. 10/7/2024

APELLIDOS, NOMBRE:

DNI:

Responda en la siguiente tabla con 4 decimales. No redondee los tamaños de las muestras. En todos los casos, considere un nivel de confianza del 95% ($z=2$). Cada apartado vale un 1 punto.

1 a)	$r = 0,0778$
1 b)	$B = 0,0169$
1 c)	$n = 21,6079$
2 a)	$(12943,4521 , 13187,3479)$
2 b)	$n = 44,2210 \quad n_1 = 23,9020 \quad n_2 = 20,3190$
3 a)	$\hat{\tau} = 9750 \quad B = 856,1615$
3 b)	$\hat{\tau}_t = 7800 \quad B = 1471,3259$
4 a)	$a_1 = \text{Fondo agresivo} \quad 30$
4 b)	15,75
4 c)	4,5

1. Una encuesta de consumo fue realizada para estimar la proporción de los ingresos totales gastada en alimentos, para las familias de una pequeña comunidad. Una muestra aleatoria de 8 familias fue seleccionada de entre 250. Los datos de la muestra se presentan en la siguiente tabla:

Familia	Ingreso Total	Gasto en alimentos
1	65100	6000
2	80200	4600
3	79600	5500
4	60000	5200
5	60400	7300
6	40500	5100
7	98700	6000
8	95200	5400

- Obtenga la estimación
- y el límite para el error de dicha estimación.
- Se quiere repetir el anterior estudio de forma que el error de estimación sea inferior a un 1%, ¿cuál debe ser el tamaño muestral?

2. El coste de transportar mercancías en avión depende del peso. Un determinado embarque de una fábrica consistía en las máquinas producidas por la citada fábrica a lo largo de las dos últimas semanas. Se decide estratificar basándose en las semanas. Se toman para cada semana sendas muestras aleatorias de las máquinas transportadas en el embarque, obteniendo los siguientes pesos:

Semana A	Semana B
38,3	39,2
40,4	40,1
39,3	39,4
38,7	39,2
39,1	38,8
39,4	40,3

- a) Estime con un intervalo de confianza el peso total del embarque de máquinas, sabiendo que el número total de máquinas producidas ha sido de 162 en la semana A y de 170 en la semana B.
- b) Determine el tamaño total de la muestra y los tamaños de las muestras en cada estrato, en el caso de que se quiera estimar el peso total del embarque con un límite para el error de estimación de 60 kg. Las dispersiones en los pesos se suponen diferentes de una semana a otra. Utilice las muestras anteriores para estimarlas.
3. Un empresario quiere estimar el número de tubos de dentífrico usados por mes en una comunidad de 4000 hogares divididos en 400 bloques. Se selecciona una muestra aleatoria simple de 4 bloques que proporciona los siguientes resultados:

Bloque	tubos gastados por hogar								
1	1	2	1	5	5	2	1	4	
2	1	5	2	2	5	1	4	1	1
3	2	1	1	1	5	2	2		
4	1	1	5	2	1	5	1	5	

Estime el número total de tubos gastados y el límite para el error de estimación:

- a) Usando muestreo por conglomerados.
- b) Usando muestreo aleatorio simple.
4. Un ahorrador ha de decidir en qué tipo de fondo de inversión va a depositar su dinero. Puede optar por un fondo de inversión muy agresivo, un fondo mixto que entraña un riesgo moderado o decidirse por títulos de renta fija. En función de la evolución de los mercados, las ganancias que puede obtener con cada uno de los fondos son:

	Evolución buena	Evolución mala
Fondo agresivo	60	-60
Fondo mixto	36	-12
Títulos renta fija	24	3

La probabilidad estimada de que la evolución de los mercados sea buena o mala es, respectivamente, de un 0,75 y 0,25.

- a) ¿Cuál es la decisión óptima? ¿Cuáles serían sus ganancias esperadas?
- b) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar, como máximo, por conocer la evolución de los mercados?
- c) Suponga que el inversor puede recurrir a una consultora que pronostica bastante acertadamente cuál va a ser la marcha del mercado. Las probabilidades de si el mercado sigue una determinada evolución, este hecho haya sido pronosticado por la consultora, están recogidas en la siguiente tabla:

	La consultora pronostica una evolución	
	buena	mala
Evolución de los mercados buena	0,7	0,3
Evolución de los mercados mala	0,2	0,8

¿Cuál es el valor máximo de esta información?