Estadística

2º Curso del Grado en Ciencias de la Actividad Física y el Deporte

---o0o---

Tests de hipótesis con una y dos muestras

Bioestadística - Facultad de Medicina

Universidad de Granada (España)

http://www.ugr.es/~bioest

TESTS DE HIPÓTESIS CON UNA MUESTRA

TEST DE HIPÓTESIS DE NORMALIDAD DE D'AGOSTINO

- La Normalidad en v.a. continuas es asumida en muchas técnicas estadísticas $\Rightarrow$ ¡hay que comprobarla!

$$H_0: x \rightarrow \text{Normal} \;\; vs. \;\; H_1: x \not\rightarrow \text{Normal} \;\; \text{(test de 2 colas)}$$

Ejemplo: Un aparato automático de medida realiza 10 determinaciones de la concentración del hierro en plasma de un adulto después de una prueba de resistencia física, obteniendo los valores

2,6 ; 2,4 ; 2,7 ; 3,2 ; 3,4 ; 3,5 ; 3,2 ; 3,6 ; 3,4 ; 3,5

¿Puede considerarse que los datos provienen de una distribución Normal?

- Si x_1, x_2, ..., x_n es una muestra aleatoria (ordenada de menor a mayor) de una v.a. x, comparar con una D_α de la Tabla 4 la cantidad:

$$D_{exp} = \frac{\Sigma i x_i - \frac{(n+1)(\Sigma x_i)}{2}}{n\sqrt{n\left[\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}\right]}}$$

TEST DE HIPÓTESIS DE NORMALIDAD DE D'AGOSTINO

Cálculos previos

Ordenación de menor a mayor de la muestra del ejemplo anterior y cálculos previos al test de D'Agostino.

Observación nº i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valor x_i	2.4	2.6	2.7	3.2	3.2	3.4	3.4	3.5	3.5	3.6

Σx_i = 2.4 + 2.6 + ... + 3.6 = 31.5
Σx_i^2 = $(2.4)^2 + (2.6)^2$ + ... + $(3.6)^2$ = 100.87
$\Sigma i x_i$ = 1×2.4 + 2×2.6 + ... + 10×3.6 = 184.2

Estadístico de contraste

$$\boldsymbol{D_{exp}} = \frac{184.2 - \frac{11\times 31.5}{2}}{10\sqrt{10\left[100.87 - \frac{31.5^2}{10}\right]}} = \mathbf{0.2700}$$

- Hacer los cálculos intermedios con 5 decimales.
- El término []=1.645 es el numerador de la varianza.

TEST DE HIPÓTESIS DE NORMALIDAD DE D'AGOSTINO

- Nota pie página de Tabla 4: $\begin{cases} D_{exp} \le D_I \text{ ó } D_{exp} \ge D_S \Rightarrow H_1 \\ D_I < D_{exp} < D_S \Rightarrow H_0 \end{cases}$
- Aquí n=10, α=5% $\Rightarrow$ $\boldsymbol{D_I}$ **=0,2513** y $\boldsymbol{D_S}$ **=0,2849** $\Rightarrow$ H_0 ($D_I < D_{exp} < D_S$) al error α=5%.

n \ α	0,20	0,10	**0,05**	0,02	0, 01
10	0,2632 - 0,2835	0,2573 - 0,2843	**0,2513 - 0,2849**	0,2436 - 0,2855	0,2379 - 0,2857
12	0,2653 - 0,2841	0,2598 - 0,2849	0,2544 - 0,2854	0,2473 - 0,2859	0,2420 - 0,2862
14	0,2669 - 0,2846	0,2618 - 0,2853	0,2568 - 0,2858	0,2503 - 0,2862	0,2455 - 0,2865
16	0,2681 - 0,2848	0,2634 - 0,2855	0,2587 - 0,2860	0,2527 - 0,2865	0,2482 - 0,2867
18	0,2690 - 0,2850	0,2646 - 0,2857	0,2603 - 0,2862	0,2547 - 0,2866	0,2505 - 0,2868

Valor *P*

- Ver lo que pasa en cada α de la Tabla 4 y aplicar la definición de P (mínimo α en el que se concluye H_1).
- Ejemplos para el D_{exp} actual y otros valores inventados:

α	=	20%	10%	5%	2%	1%	Valor P	Conclusión
$\boldsymbol{D_{exp}}$**=0.2700**	$\Rightarrow$	H_0	H_0	H_0	H_0	$H_0 \Rightarrow$	P>20%	$\Rightarrow$ H_0 (P>20%)
D_{exp}=0.2900	$\Rightarrow$	H_1	H_1	H_1	H_1	$H_1 \Rightarrow$	P<1%	$\Rightarrow$ H_1 (P<1%)
D_{exp}=0.2855	$\Rightarrow$	H_1	H_1	H_1	H_1	$H_0 \Rightarrow$	1%<P<2%	$\Rightarrow$ H_1 (P<2%)

TEST DE HIPÓTESIS PARA UNA PROPORCIÓN

$$x \rightarrow B(n, p) \quad , \quad p \text{ desconocido}$$

$$\text{Test de hipótesis: } \begin{cases} H_0 : p = p_0 \\ H_1 : p \neq p_0 \end{cases}$$

Si x es una observación de la variable aleatoria binomial y n el tamaño de la muestra. Si se verifica que

$$np_0 > 5 \quad \text{y} \quad nq_0 > 5$$

con $q_0 = 1 - p_0$. Entonces el estadístico de contraste es:

$$z_{\exp} = \frac{|x - np_0| - 0.5}{\sqrt{np_0 q_0}} \rightarrow N(0,1)$$

El valor P se calcula a partir de la Tabla 1

TEST DE HIPÓTESIS PARA UNA PROPORCIÓN

Ejemplo. En una investigación se ha afirmado que el 20% de los estudiantes de bachiller mejoran su condición física después de un cierto entrenamiento. Para comprobar si esto es cierto, se ha tomado una muestra de 150 estudiantes de bachiller a los que se ha sometido a dicho entrenamiento durante un mes, obteniéndose que solamente 15 estudiantes han mejorado su condición física después del mismo. Que se puede decir a la vista de los resultados.

$$n = 150,\ x = 15,\ p_0 = 0.20 \Rightarrow \begin{cases} H_0 : p = 0.20 \\ H_1 : p \neq 0.20 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} np_0 = 150 \times 0.20 = 30 > 5 \\ nq_0 = 150 \times 0.80 = 120 > 5 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Se verifican las condiciones de validez}$$

$$z_{\exp} = \frac{|x - np_0| - 0.5}{\sqrt{np_0q_0}} = \frac{|15 - 30| - 0.5}{\sqrt{24}} = \frac{14.5}{4.899} = 2.960$$

$$H_1 : p \neq 0.20 \quad (P < 1\%)$$

Intervalo de confianza (largo) para p al 95%: $p \in (0.059\ ;\ 0.162)$

TESTS DE HOMOGENEIDAD CON DOS MUESTRAS

1.- Comparación de medias

2.- Comparación de proporciones

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Comparación de Medias

- Muestras independientes
  - Normales
    - Varianzas iguales $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2)$ → ***Test de Student***[1]
    - Varianzas distintas $(\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2)$ → ***Test de Welch***
  - No normales → ***Test de Wilcoxon***[1]
- Muestras apareadas
  - Normales → ***Test de Student***[2]
  - No normales → ***Test de Wilcoxon***[2]

---

[1] Versión para muestras independientes

[2] Versión para muestras apareadas

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Muestras independientes
V.A. Normales

Ejemplo 1.- Dentro de un estudio en el que se consideran las condiciones físicas de un grupo de esgrimistas, se valoró el VO_2 máx. (ml Kg./m) en un grupo de varones y en otro de mujeres practicantes de dicho deporte y con edades comprendidas entre los 16 y 18 años. Los resultados fueron los siguientes:

Varones: $n_1=50$; $\overline{x}_1=45$; $s_1=6.2$

Mujeres: $n_2=50$; $\overline{x}_2=42$; $s_2=5.8$

¿Se pueden considerar ambos sexos homogéneos respecto al VO_2 máx.?

Ejemplo 2.- Para valorar la eficacia de un plan educativo destinado a potenciar la práctica de actividades físicas en un colectivo caracterizado por su elevado grado de sedentarismo, se consideraron los niveles de triglicéridos en una muestra de 10 individuos que habían seguido el plan durante un año y otra de 13 individuos del mismo colectivo que no lo habían seguido. Los resultados fueron:

Si: $n_1=10$; $\overline{x}_1=123.7$; $s_1=12.5$

No: $n_2=13$; $\overline{x}_2=146.8$; $s_2=25.5$

¿qué se puede decir del acerca del objetivo del enunciado?

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Muestras independientes
V.A. Normales

$$\text{Hipótesis} \begin{cases} H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 \equiv \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

Muestras:

- Muestra 1: $n_1, \bar{x}_1, s_1^2$
- Muestra 2: $n_2, \bar{x}_2, s_2^2$

Pero para saber como comparar las medias es preciso conocer si las varianzas pueden considerarse homogéneas, es decir si

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

¡¡Y eso lo tendremos que decidir con un test de hipótesis preliminar!!

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

No nos despistemos, este es el test que necesitamos como paso previo para saber como comparar las dos medias

Muestras independientes
V.A. Normales

Contraste de igualdad de varianzas

$$\text{(1) Hipótesis} \begin{cases} H_0 \equiv \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 \equiv \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$$

$$\text{(2) Estadístico de contraste: } F_{exp} = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad \left(\text{para } s_1^2 \geq s_2^2\right)$$

$$\text{(3) Cantidad teórica: } F_{0.10;\,(n_1-1);\,(n_2-1)} \quad \text{(Tabla 5)}$$

$$\text{(4) Decisión: } \begin{cases} \text{Si } F_{exp} \leq F_{0.10;\,(n_1-1);\,(n_2-1)} \rightarrow \text{Varianzas iguales } (\sigma_1^2 = \sigma_2^2) \\ \text{Si } F_{exp} > F_{0.10;\,(n_1-1);\,(n_2-1)} \rightarrow \text{Varianzas distintas } (\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2) \end{cases}$$

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Tests con dos muestras - **13**

Resúmenes: 7.1.a *i*)

Muestras independientes
V.A. Normales

Varianzas iguales

Test de Student

$$t_{\exp} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{s^2\left(\dfrac{n_1+n_2}{n_1\, n_2}\right)}} \qquad \text{con } s^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{(n_1-1)+(n_2-1)}$$

$$t_{\alpha;\,(n_1+n_2-2)} \rightsquigarrow \textbf{t - Student (tabla 3 con } (n_1+n_2-2) \textbf{ g.l.)}$$

$$\Downarrow$$

(*obtener* P)

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Tests con dos muestras - **14**

Resúmenes: 7.1.a *ii*)

Muestras independientes
V.A. Normales

Varianzas distintas

Test de Welch

$$t_{\exp} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{A+B}} \qquad \text{con } A = \frac{s_1^2}{n_1};\ B = \frac{s_2^2}{n_2}$$

$$\text{y } f = \frac{(A+B)^2}{\dfrac{A^2}{n_1-1} + \dfrac{B^2}{n_2-1}} \text{ g.l.}$$

$$t_{\alpha;\,f} \rightsquigarrow \textbf{t - Student (tabla 3 con } f \textbf{ g.l.)}$$

$$\Downarrow$$

(*obtener* P)

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Muestras independientes
V.A. Normales

Ejemplo 1

$\mu_1 \equiv$ Promedio de VO_2 max en varones

$\mu_2 \equiv$ Promedio de VO_2 max en mujeres

Hipótesis $\begin{cases} H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 & \text{(el } VO_2 \text{ max es el mismo en varones y mujeres)} \\ H_1 \equiv \mu_1 \neq \mu_2 & \text{(los dos sexos no pueden considerarse homogéneos respecto al } VO_2\text{)} \end{cases}$

Muestras:
- Muestra 1: $n_1 = 50,\ \bar{x}_1 = 45,\ s_1 = 6.2$
- Muestra 2: $n_2 = 50,\ \bar{x}_2 = 42,\ s_2 = 5.8$

$$\begin{cases} H_0 \equiv \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 \equiv \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases} \quad F_{exp} = \left(\frac{6.2}{5.8}\right)^2 = 1.14; \quad F_{0.10;(49,\,49)} = 1.51;\ F_{exp} < F_{0.10;(49,\,49)} \Rightarrow \text{Varianzas iguales}$$

$$s^2 = \frac{(49)(6.2^2)+(49)(5.8^2)}{49+49} = 36.040;$$

$$t_{exp} = \frac{|45-42|}{\sqrt{(36.040)\left(\frac{1}{50}+\frac{1}{50}\right)}} = 2.499 \ \ (98 \text{ g.l.})$$

$0.01 < P < 0.02$

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Muestras independientes
V.A. Normales

Ejemplo 2

$\mu_1 \equiv$ Nivel medio de trigliceridos en seguidores del programa

$\mu_2 \equiv$ Nivel medio de trigliceridos en individuos que no siguen el programa

Hipótesis $\begin{cases} H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 & \text{(el nivel medio de TG es el mismo en los dos grupos)} \\ H_1 \equiv \mu_1 \neq \mu_2 & \text{(los grupos no son hmogéneos respecto al nivel medio de TG)} \end{cases}$

Muestras :
- Muestra 1: $n_1 = 10,\ \bar{x}_1 = 123.7,\ s_1 = 12.5$
- Muestra 2: $n_2 = 13,\ \bar{x}_2 = 146.8,\ s_2 = 25.5$

$$\begin{cases} H_0 \equiv \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 \equiv \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases} \quad F_{exp} = \left(\frac{25.5}{12.5}\right)^2 = 4.16; \quad F_{0.10;(12,\,9)} = 2.38;\ F_{exp} > F_{0.10;(12,\,9)} \Rightarrow \text{Varianzas distintas}$$

$$A = \frac{12.5^2}{10} = 15.625,\ B = \frac{25.5^2}{13} = 50.019; \quad t_{exp} = \frac{|123.7-146.8|}{\sqrt{15.625+50.019}} = 2.851$$

$$f = \frac{(15.625+50.019)^2}{\frac{15.625^2}{9}+\frac{50.019^2}{12}} = 18.3 \simeq 18 \text{ g.l.}$$

$0.01 < P < 0.02$

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Muestras apareadas
V.A. Normales

Ejemplo de muestras apareadas

Ejemplo 3.- Se midió la presión sanguínea sistólica en 10 individuos corredores de maratón antes y después de 6 meses de entrenamiento intensivo. Los valores (medidos en mm de Hg) vienen dados en la tabla siguiente:

Atleta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antes	140	165	160	160	175	190	170	175	155	160
Después	145	150	150	160	170	175	160	165	145	170

¿puede concluirse que hay variación en la presión sanguínea sistólica media tras el entrenamiento intensivo?

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Muestras apareadas
V.A. Normales

Test de Student

Hipótesis $\left\{ \mathrm{H}_0 \equiv \mu_A = \mu_D; \quad \mathrm{H}_1 \equiv \mu_A \neq \mu_D \right.$

Situación

Individuo:	1	2	$\cdots$	n
Antes: x_a	x_{a_1}	x_{a_2}	$\cdots$	x_{a_n}
Después: x_d	x_{d_1}	x_{d_2}	$\cdots$	x_{d_n}
Diferencia:	$d_1 = x_{a_1} - x_{d_1}$	$d_2 = x_{a_2} - x_{d_2}$	$\cdots$	$d_n = x_{a_n} - x_{d_n}$

$\bar{d};\, s_d^2$ media y varianza de la diferencia d

$$\mathrm{t}_{\exp} = \frac{|\bar{d}|}{\sqrt{s_d^2/n}}; \qquad \mathrm{t}_{\alpha;(n-1)} \rightsquigarrow \textbf{t-Student (tabla 3 con (n-1) g.l.)}$$

$$\Downarrow$$

(*obtener* P)

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Ejemplo 3

Muestras apareadas
V.A. Normales

Hipótesis $\begin{cases} H_0 \equiv \mu_A = \mu_D & \text{(no hay variación en la presión sistólica media)} \\ H_1 \equiv \mu_A \neq \mu_D & \text{(hay variación en la presión sistólica media)} \end{cases}$

Atleta	1	2	···	9	10
Antes	140	165	···	155	160
Después	145	150	···	145	170
Diferencia	-5	15	···	10	-10

$$\bar{d} = 6.00; \quad s_d^2 = 71.11 \quad t_{exp} = \frac{|6|}{\sqrt{71.11/10}} = 2.25;$$

$0.05 < P < 0.10$

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Ejemplos de variables no normales

Ejemplo 4.- Se desea comprobar si cierta terapia hace variar el tiempo de rehabilitación relativo a una determinada lesión. Para ello se tomaron dos muestras de atletas que la sufrieron. La primera, la constituyen 5 casos que no siguieron la terapia indicada mientras que la segunda la forman 10 casos que si la siguieron. Los tiempos de rehabilitación se presentan a continuación:

Días de	Sin Terapia	12, 14, 11, 30, 10
rehabilitación	Con Terapia	16, 11, 14, 21, 18, 34, 22, 7, 12, 12

¿qué puede concluirse con estos datos?

Ejemplo 5.- Considérese el anterior ejemplo 3 en que se observó la presión sanguínea sistólica en 10 atletas antes y después de 6 meses de entrenamiento intensivo. Analizar ahora el problema si no puede considerarse que los valores de la presión sigan una distribución normal

Individuo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antes	140	165	160	160	175	190	170	175	155	160
Después	145	150	150	160	170	175	160	165	145	170

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Ejemplo 4: Test de Wilcoxon - muestras independientes

Hipótesis $\begin{cases} H_0 \equiv \text{Los periodos de rehabilitación pueden considerarse iguales} \\ H_1 \equiv \text{La terapia modifica la duración de la rehabilitación} \end{cases}$

Días de rehabilit.	A	12, 14, 11, 30, 10	$(n_1 = 5)$
	B	16, 11, 14, 21, 18, 34, 22, 7, 12, 12	$(n_2 = 10)$

$\Downarrow$

Datos ordenados	A		10	11		12			14						30		
	B	7			11		12	12		14	16	18	21	22		34	
Nº orden		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	*Totales*
Rangos r_i	A		2	3.5		6			8.5						14		$34 = R_1$
	B	1			3.5		6	6		8.5	10	11	12	13		15	$86 = R_2$

Suma : 120

$\nearrow$

$(15 \times 16 / 2)$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} R_{exp} = 34 \\ R_{\alpha, n_1, n_2} \rightarrow \text{Tabla 6} \end{matrix}\right\} \quad P > 0.10$$

COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS

Muestras apareadas
V.A. No Normales

Ejemplo 5: Test de Wilcoxon - muestras apareadas

Hipótesis $\begin{cases} H_0 \equiv \text{no hay variación en la presión sistólica media} \\ H_1 \equiv \text{hay variación en la presión sistólica media} \end{cases}$

Individuo		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antes: x_a		140	165	160	160	175	190	170	175	155	160
Después: x_d		145	150	150	160	170	175	160	165	145	170
Diferencias	(+)		15	10	—	5	15	10	10	10	
$d_i = x_a - x_d$	(−)	5									10

Ordenación	(+)		5		10	10	10	10	15	15	
$\lvert d_i \rvert$	(−)	5		10							
Num. orden		1	2	3	4	5	6	7	8	9	*Total*
Rangos	(+)		1.5		5	5	5	5	8.5	8.5	38.5
r_i	(−)	1.5		5							6.5

Suma : 45

$\nearrow$

$(9 \times 10 / 2)$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} R_{exp} = 38.5 \\ R_{\alpha, 9} \rightarrow \text{Tabla 7} \end{matrix}\right\} \quad 0.05 < P < 0.10$$

COMPARACIÓN DE DOS PROPORCIONES

Comparación de 2 proporciones

- Muestras independientes → ***Test para dos proporciones independientes***
- Muestras apareadas → ***Test de McNemar***

COMPARACIÓN DE DOS PROPORCIONES

Ejemplo de muestras independientes

Ejemplo 6.- Con objeto de comparar si la tasa de lesiones es la misma en voleibol masculino que en el femenino se consideraron dos muestras de 90 y 104 jugadores respectivamente. De los 90 varones se registraron 21 lesiones en la temporada, mientras que esto sucedió en 32 de las 104 mujeres. ¿Qué conclusión puede sacarse?

COMPARACIÓN DE DOS PROPORCIONES

Observemos que los datos del problema se pueden organizar en forma de tabla tal y como sigue:

Lesión

Modalidad		Si	No	Tamaño de muestra
	Masculino	$x_1 = 21$	$(n_1 - x_1) = 69$	$n_1 = 90$
	Femenino	$x_2 = 32$	$(n_2 - x_2) = 72$	$n_2 = 104$
	Suma	$a_1 = 53$	$a_2 = 141$	$n_1 + n_2 = 194$

Este tipo de tabla de frecuencias se conoce como **TABLA DE CONTINGENCIA**. El tratamiento de las tablas de contingencia lo veremos en los dos capítulos siguientes, el del **test** χ^2, y el caso particular de **tablas 2x2**

COMPARACIÓN DE DOS PROPORCIONES

Ejemplo (muestras apareadas)

Ejemplo 7- Se desea estudiar si dos programas de entrenamiento, el tradicional y el integrado, son valorados con el mismo grado de satisfacción por parte de entrenadores que han utilizado ambos sistemas. Para ello se encuestó a una muestra aleatoria de 125 entrenadores cuya resultado se reproduce (en parte) a continuación:

¿Tiene vd. una opinión favorable acerca del método considerado?

Individuo	1	2	3	4	$\cdots$	125
Tradicional	*SI*	*SI*	*NO*	*NO*	$\cdots$	*SI*
Integrado	*SI*	*NO*	*SI*	*NO*	$\cdots$	*NO*

COMPARACIÓN DE DOS PROPORCIONES

Test de McNemar

Hipótesis $\begin{cases} H_0 \equiv \text{La proporción } p_{12} \text{ de respuestas SI/NO es igual que la } p_{21} \text{ de respuestas NO/SI} \\ H_1 \equiv \text{Las proporciones anteriores no pueden considerarse iguales} \end{cases}$

Característica situación 2

Característica situación 1		*Si*	*No*	
	Si	n_{11}	n_{12}	
	No	n_{21}	n_{22}	
				n

$$\begin{cases} \hat{p}_{12} = n_{12}/n \\ \hat{p}_{21} = n_{21}/n \end{cases}$$

Validez: $n_{12} + n_{21} > 10$

$$Z_{exp} = \frac{|n_{12} - n_{21}| - 1}{\sqrt{n_{12} + n_{21}}}; \quad Z_\alpha \text{ en la tabla 1 de la N(0,1)}$$

$$\Downarrow$$

(*obtener* P)

COMPARACIÓN DE DOS PROPORCIONES

Ejemplo 7

Hipótesis $\begin{cases} H_0 \equiv \text{Los dos sistemas de entrenamiento se valoran igual} \\ H_1 \equiv \text{Uno de los dos sistemas se valora mejor que el otro} \end{cases}$

Integrado

Tradicional		*Si*	*No*	*Totales*
	Si	$n_{11} = 27$	$n_{12} = 35$	62
	No	$n_{21} = 43$	$n_{22} = 20$	63
	Totales	70	55	$n = 125$

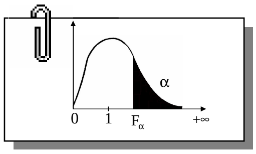
$$\begin{cases} \hat{p}_{12} = 35/125 = 28.0\% \\ \hat{p}_{21} = 43/125 = 34.4\% \end{cases}$$

Validez: $n_{12} + n_{21} = 35 + 43 = 78 > 10$

$$Z_{exp} = \frac{|35 - 43| - 1}{\sqrt{35 + 43}} = 0.790$$

P > 0.42

Tabla 5
Distribución F de Snedecor (α=0.10)



v_2 \ v_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86	60.19	60.71	61.22	61.74	62.00	62.26	62.53	62.79	63.03	63.33
2	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.48	9.40
3	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.20	5.19	5.18	5.17	5.16	5.15	5.14	5.13
4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.79	3.78	3.76
5	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.14	3.12	3.10
6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.76	2.74	2.72
7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.79	2.75	2.72	2.70	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.51	2.49	2.47
8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.34	2.32	2.29
9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.21	2.18	2.16
10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.11	2.08	2.06
11	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.03	2.00	1.97
12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.96	1.93	1.90
13	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.90	1.88	1.85
14	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.86	1.83	1.80
15	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.82	1.79	1.76
16	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	1.99	1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
17	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.96	1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69
18	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66
19	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.91	1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.70	1.67	1.63
20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.68	1.64	1.61
21	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92	1.87	1.83	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66	1.62	1.59
22	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.64	1.60	1.57
23	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89	1.84	1.80	1.74	1.72	1.69	1.66	1.62	1.59	1.55
24	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.61	1.57	1.53
25	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87	1.82	1.77	1.72	1.69	1.66	1.63	1.59	1.56	1.52
26	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.81	1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.58	1.54	1.50
27	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85	1.80	1.75	1.70	1.67	1.64	1.60	1.57	1.53	1.49
28	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.56	1.52	1.48
29	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83	1.78	1.73	1.68	1.65	1.62	1.58	1.55	1.51	1.47
30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.54	1.50	1.46
40	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.47	1.42	1.38
60	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.40	1.35	1.29
120	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.60	1.54	1.48	1.45	1.41	1.37	1.32	1.26	1.19
∞	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.55	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.24	1.17	1.00

Tabla 6
Límites de significación para el test de Wilcoxon (muestras independientes)

n_1, n_2	α 0.10	α 0.05	α 0.01
4, 4	11- 25	10- 26	-
4, 5	12- 28	11- 29	-
4, 6	13- 31	12- 32	10- 34
4, 7	14- 34	13- 35	10- 38
4, 8	15- 37	14- 38	11- 41
4, 9	16- 40	14- 42	11- 45
4,10	17- 43	15- 45	12- 48
4,11	18- 46	16- 48	12- 52
4,12	19- 49	17- 51	13- 55
4,13	20- 52	18- 54	13- 59
4,14	21- 55	19- 57	14- 62
4,15	22- 58	20- 60	15- 65
4,16	24- 60	21- 63	15- 69
4,17	25- 63	21- 67	16- 72
4,18	26- 66	22- 70	16- 76
4,19	27- 69	23- 73	17- 79
4,20	28- 72	24- 76	18- 82
4,21	29- 75	25- 79	18- 86
4,22	30- 78	26- 82	19- 89
4,23	31- 81	27- 85	19- 93
4,24	32- 84	27- 89	20- 96
4,25	33- 87	28- 92	20-100
4,26	34- 90	29- 95	21-103
5, 5	19- 36	17- 38	15- 40
5, 6	20- 40	18- 42	16- 44
5, 7	21- 44	20- 45	16- 49
5, 8	23- 47	21- 49	17- 53
5, 9	24- 51	22- 53	18- 57
5,10	26- 54	23- 57	19- 61
5,11	27- 58	24- 61	20- 65
5,12	28- 62	26- 64	21- 69
5,13	30- 65	27- 68	22- 73
5,14	31- 69	28- 72	22- 78
5,15	33- 72	29- 76	23- 82
5,16	34- 76	30- 80	24- 86
5,17	35- 80	32- 83	25- 90
5,18	37- 83	33- 87	26- 94
5,19	38- 87	34- 91	27- 98
5,20	40- 90	35- 95	28-102
5,21	41- 94	37- 98	29-106
5,22	43- 97	38-102	29-111
5,23	44-101	39-106	30-115
5,24	45-105	40-110	31-119
5,25	47-108	42-113	32-123
6, 6	28- 50	26- 52	23- 55

n_1, n_2	α 0.10	α 0.05	α 0.01
7,18	63-119	58-124	49-133
7,19	65-124	60-129	50-139
7,20	67-129	62-134	52-144
7,21	69-134	64-139	53-150
7,22	72-138	66-144	55-155
7,23	74-143	68-149	57-160
8, 8	51- 85	49- 87	43- 93
8, 9	54- 90	51- 93	45- 99
8,10	56- 96	53- 99	47-105
8,11	59-101	55-105	49-111
8,12	62-106	58-110	51-117
8,13	64-112	60-116	53-123
8,14	67-117	62-122	54-130
8,15	69-123	65-127	56-136
8,16	72-128	67-133	58-142
8,17	75-133	70-138	60-148
8,18	77-139	72-144	62-154
8,19	80-144	74-150	64-160
8,20	83-149	77-155	66-166
8,21	85-155	79-161	68-172
8,22	88-160	81-167	70-178
9, 9	66-105	62-109	56-115
9,10	69-111	65-115	58-122
9,11	72-117	68-121	61-128
9,12	75-123	71-127	63-135
9,13	78-129	73-134	65-142
9,14	81-135	76-140	67-149
9,15	84-141	79-146	69-156
9,16	87-147	82-152	72-162
9,17	90-153	84-159	74-169
9,18	93-159	87-165	76-176
9,19	96-165	90-171	78-183
9,20	99-171	93-177	81-189
9,21	102-177	95-184	83-196
10,10	82-128	78-132	71-139
10,11	86-134	81-139	73-147
10,12	89-141	84-146	76-154
10,13	92-148	88-152	79-161
10,14	96-154	91-159	81-169
10,15	99-161	94-166	84-176
10,16	103-167	97-173	86-184
10,17	106-174	100-180	89-191
10,18	110-180	103-187	92-198
10,19	113-187	107-193	94-206
[illegible]	117-193	[illegible]	[illegible]

Continuación...

Tabla 6 (*continuación*)
Límites de significación para el test de Wilcoxon
(muestras independientes)

Anterior

Continuación

n_1, n_2	0.10	0.05	0.01
6, 6	28- 50	26- 52	23- 55
6, 7	29- 55	27- 57	24- 60
6, 8	31- 59	29- 61	25- 65
6, 9	33- 63	31- 65	26- 70
6,10	35- 67	32- 70	27- 75
6,11	37- 71	34- 74	28- 80
6,12	38- 76	35- 79	30- 84
6,13	40- 80	37- 83	31- 89
6,14	42- 84	38- 88	32- 94
6,15	44- 88	40- 92	33- 99
6,16	46- 92	42- 96	34-104
6,17	47- 97	43-101	36-108
6,18	49-101	45-105	37-113
6,19	51-105	46-110	38-118
6,20	53-109	48-114	39-123
6,21	55-113	50-118	40-128
6,22	57-117	51-123	42-132
6,23	58-122	53-127	43-137
6,24	60-126	54-132	44-142
7, 7	39- 66	36- 69	32- 73
7, 8	41- 71	38- 74	34- 78
7, 9	43- 76	40- 79	35- 84
7,10	45- 81	42- 84	37- 89
7,11	47- 86	44- 89	38- 95
7,12	49- 91	46- 94	40-100
7,13	52- 95	48- 99	41-106
7,14	54-100	50-104	43-111
7,15	56-105	52-109	44-117
7,16	58-110	54-114	46-122
7,17	61-114	56-119	47-128

n_1, n_2	0.10	0.05	0.01
10,18	110-180	103-187	92-198
10,19	113-187	107-193	94-206
10,20	117-193	110-200	97-213
11,11	100-153	96-157	87-166
11,12	104-160	99-165	90-174
11,13	108-167	103-172	93-182
11,14	112-174	106-180	96-190
11,15	116-181	110-187	99-198
11,16	120-188	113-195	102-206
11,17	123-196	117-202	105-214
11,18	127-203	121-209	108-222
11,19	131-210	124-217	111-230
12,12	120-180	115-185	105-195
12,13	125-187	119-193	109-203
12,14	129-195	123-201	112-212
12,15	133-203	127-209	115-221
12,16	138-210	131-217	119-229
12,17	142-218	135-225	122-238
12,18	146-226	139-233	125-247
13,13	142-209	136-215	125-226
13,14	147-217	141-223	129-235
13,15	152-225	145-232	133-244
13,16	156-234	150-240	136-254
13,17	161-242	154-249	140-263
14,14	166-240	160-246	147-259
14,15	171-249	164-256	151-269
14,16	176-258	169-265	155-279
15,15	191-274	184-281	171-294

Tabla 7
Límites de significación para el test de Wilcoxon
(muestras apareadas)

n \ α	0.10	0.05	0.01
5	0- 15	--	--
6	2- 19	0- 21	--
7	3- 25	2- 26	--
8	5- 31	3- 33	0- 36
9	8- 37	5- 40	1- 44
10	10- 45	8- 47	3- 52
11	13- 53	10- 56	5- 61
12	17- 61	13- 65	7- 71
13	21- 70	17- 74	9- 82
14	25- 80	21- 84	12- 93
15	30- 90	25- 95	15-105
16	35-101	29-107	19-117
17	41-112	34-119	23-130
18	47-124	40-131	27-144
19	53-137	46-144	32-158
20	60-150	52-158	37-173
21	67-164	58-173	42-189
22	75-178	66-187	48-205
23	83-193	73-203	54-222
24	91-209	81-219	61-239
25	100-225	89-236	68-257