

Tema 5

Ejercicios



Ejercicios

Ecuación compensadora

Ejercicio 1: Con la siguiente información sobre Andalucía, calcule el saldo migratorio (inmigrantes menos emigrantes) y la tasa bruta de natalidad del año 2004.

Año	Población 1/1	Nacimientos	Defunciones
2004	7.787.518	89.022	63.036
2005	7.849.799	91.807	65.904

Calculamos el saldo migratorio registrado en 2004 ($SM=I-E$), despejando de la ecuación compensadora:

$$SM_{2004} = P_{1/1/2005} - P_{1/1/2004} - N_{2004} + D_{2004} = 136.295$$

Para calcular la tasa de natalidad en 2004, necesitamos la población media en dicho año:

$$\bar{P}_{2004} = \frac{P_{1/1/2004} + P_{1/1/2005}}{2} = 7.768.658 \Rightarrow TBN = \frac{N_{2004}}{\bar{P}_{2004}} = 11,46$$



Modelos de crecimiento

Ejercicio 2: Con los datos siguientes sobre la población a 1 de enero registrada en Andalucía según los padrones oficiales,

$P_{1/1/2004}$	$P_{1/1/2005}$	$P_{1/1/2006}$
7.687.518	7.849.799	7.975.672

Obtenga:

1. Tasa de crecimiento continua en 2004.
2. Estime la población a 1/1/2006 si la tasa de 2004 permaneciera constante y compare con el dato real.
3. Estime la población a 1 de julio de 2012, suponiendo que la tasa de crecimiento de 2004 permanece constante.
4. ¿Cuánto tardará Andalucía en duplicarse bajo la misma suposición?.

Ejercicio propuesto: Realice los anteriores apartados con la población de Asturias.

$P_{1/1/2004}$	$P_{1/1/2005}$	$P_{1/1/2006}$
1.073.761	1.076.635	1.076.869

Modelos de crecimiento

1. Calculamos la tasa de crecimiento continua en 2004: $r_c = \frac{\ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right)}{t}$

$$\text{Andalucía.2004} \Rightarrow r_c = \frac{\ln\left(\frac{7849799}{7687518}\right)}{1} = 20,89\%$$

2. La población a 1 de enero de 2006, utilizando la ecuación malthusiana:

$$P_t = P_0 e^{r_c t} \Rightarrow P_{1/1/2006} = P_{1/1/2005} e^{0.02089 \cdot 1} \simeq 8.015.506 \text{ habitantes}$$

por lo que el error cometido en la estimación de la población asciende a 39.834 personas.

3. La población a 1 de julio de 2012:

$$P_t = P_0 e^{r_c t} \Rightarrow P_{1/7/2012} = P_{1/1/2005} e^{0.02089 \cdot 7,5} \simeq 9.181.246 \text{ habitantes}$$

4. El tiempo que tardará Andalucía en duplicarse será:

$$t = \frac{\ln(2)}{r_c} = \frac{\ln(2)}{0,02089} = 33,18 \text{ años}$$



Modelos de crecimiento

Ejercicio 3: La población en distintas fechas que proporciona el INE según las "Estimaciones de la población actual" en varias zonas es:

Mujeres	$P_{1/1/2009}$	$P_{1/7/2009}$	$P_{1/1/2010}$
Andalucía	4.112.365	4.128.497	4.142.502
Asturias	552.549	551.696	552.354
Canarias	1.037.982	1.043.319	1.045.564

Calcule lo siguiente:

1. Tasa de crecimiento continua en 2009 para cada zona.
2. Tiempo que tardará Andalucía en duplicarse y Asturias en reducirse a la mitad.
3. Estime la población de Canarias a 1 de marzo de 2015, suponiendo que la tasa de crecimiento permanece constante.
4. Estime la población de Andalucía y Asturias a 1/7/2009 y compare con la población real.



Modelos de crecimiento

1. Calculamos la tasa de crecimiento continua. Año 2009: $r_c = \frac{\ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right)}{t}$

$$\text{Andalucía} \rightarrow r_c = \frac{\ln\left(\frac{4142502}{4112365}\right)}{1} = 7,302\%$$

$$\text{Asturias} \rightarrow r_c = \frac{\ln\left(\frac{552354}{552549}\right)}{1} = -0,353\%$$

$$\text{Canarias} \rightarrow r_c = \frac{\ln\left(\frac{1045564}{1037982}\right)}{1} = 7,278\%$$

Por tanto, Andalucía y Canarias han tenido un crecimiento poblacional en 2009 similar (la población ha aumentado durante 2009 en 7 personas por cada mil). Por el contrario, Asturias ha reducido su población durante dicho año.

2. El tiempo que tardará Andalucía en duplicarse y Asturias en reducirse será:

$$\text{Andalucía} \rightarrow t = \frac{\ln(2)}{0,007302} = 94,92 \text{ años}$$

$$\text{Asturias} \rightarrow t = \frac{\ln(2)}{-0,000353} = 1963,59 \text{ años}$$



Modelos de crecimiento

3. Para estimar la población de Canarias a 1 de marzo de 2015, utilizamos la ecuación malthusiana en la que sustituimos la tasa de crecimiento observada en el año 2009 (7,278%) y que ha sido calculada en el primer apartado. También necesitamos saber el tiempo que transcurre desde el 1/1/2010 y el 1/3/2015; en este caso es:

$$t = 5 \text{ años} + 2 \text{ meses} = 5 + \frac{2}{12} = 5,166$$

Ya podemos sustituir en la ecuación:

$$P_t = P_0 e^{r_c t} \Rightarrow P_{1/3/2015} = P_{1/1/2010} e^{0.007278 \cdot 5,166} \simeq 1.085.629 \text{ habitantes}$$

3. Para estimar la población de Andalucía y Asturias a 1/7/2009 también utilizamos la ecuación malthusiana y las tasas de crecimiento calculadas en el primer apartado:

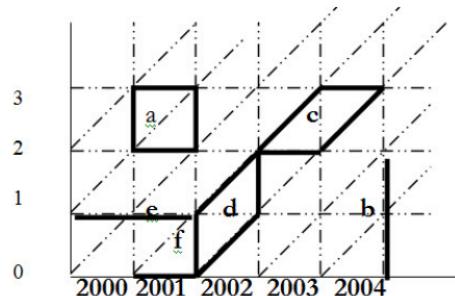
$$\text{Andalucía} \rightarrow P_{1/7/2009} = P_{1/1/2009} e^{0.007302 \cdot 0,5} \simeq 4.127.407 \text{ habitantes}$$

$$\text{Asturias} \rightarrow P_{1/7/2009} = P_{1/1/2009} e^{-0.000353 \cdot 0,5} \simeq 552.451 \text{ habitantes}$$

Como puede apreciarse, se ha cometido un leve error en la estimación de la población a 1 de junio (aproximadamente de mil personas en ambos casos). Por este motivo, la utilización de la ecuación malthusiana debe hacerse con precaución, ya que cuanto más lejana en el tiempo sea la estimación, esta será peor.

Diagrama de Lexis

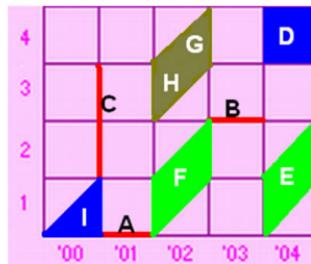
Ejercicio 4: ¿Qué representan las líneas y áreas del diagrama de Lexis, suponiendo que el fenómeno estudiado es la mortalidad?



- a) Número de fallecidos con 2 años cumplidos en el año 2001.
- b) Stock de población de menores de 2 años a 1/1/2005.
- c) Número de fallecidos con 2 años cumplidos pertenecientes a la generación de 2001.
- d) Número de fallecidos en 2002 pertenecientes a la generación de 2001.
- e) Número de supervivientes a la edad exacta de 1 año pertenecientes a la generación de 1999 y 2000.
- f) Número de nacimientos en 2001.

Diagrama de Lexis

Ejercicio 5: ¿Qué representan las líneas y áreas del diagrama de Lexis, suponiendo que el fenómeno estudiado es la mortalidad?.



- A: N° de niños nacidos en 2001
- B: N° de niños supervivientes de la generación de 2001 con dos años exactos
- C: N° de niños en 2001 con 1 y 2 años cumplidos
- D: N° de defunciones de niños en 2004 con 3 años cumplidos
- E: N° de defunciones de niños de la generación de 2003 en el año 2004
- F: N° de defunciones de niños de la generación de 2001 en el año 2002
- G: N° de defunciones de niños de la generación de 1999 con 3 años cumplidos en 2002
- H: N° de defunciones de niños de la generación de 1999 con 2 años cumplidos en 2002
- I: N° de defunciones de niños nacidos en 2000 sin haber cumplido el año de vida

Diagrama de Lexis

Ejercicio 6: Sitúe en un diagrama de Lexis los datos que aparecen en las siguientes tablas (no se han considerado los movimientos migratorios). ¿Cuántos niños nacidos en 1990 fallecieron en 1992?.

GENERACIÓN 1990

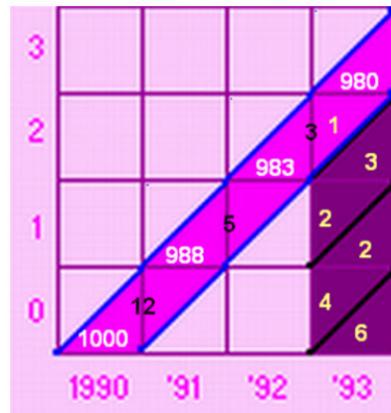
Edad	Nº supervivientes (edad exacta)	Nº defunciones (edad cumplida)
0	1000	12
1	988	5
2	983	3
3	980	

AÑO 1993

Generación	Edad cumplida	Nº defunciones
1993	0	6
1992	0	4
1992	1	2
1991	1	2
1991	2	3
1990	2	1



Diagrama de Lexis



El número de niños que nacieron en 1990 y fallecieron en 1992 es 2.



Diagrama de Lexis

Ejercicio 7: Sitúe en un diagrama de Lexis los datos sobre defunciones que aparecen en las siguientes tablas (no se han considerado los movimientos migratorios):

AÑO 1990		
Edad Cumplida	Generación	Nº Defunc.
0	1990	10
0	1989	8
1	1989	5
1	1988	6
2	1988	2
2	1987	4

GENERACIÓN 1987	
Edad Cumplida	Nº Defunc.
0	20
1	14
2	7

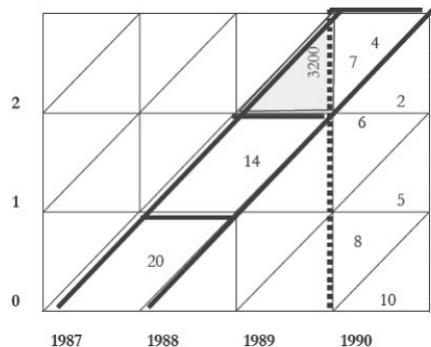
a) ¿Cuántos niños con 2 años cumplidos de la generación de 1987 fallecieron en el año 1989?.

b) Si el stock de niños con 2 años cumplidos a 1 de enero de 1990 fue de 3200, ¿Cuántos niños nacieron en 1987?



Diagrama de Lexis

La primera tabla recoge información del tipo edad-periodo-cohorte para el año 1990 y la segunda, del tipo edad-cohorte:



a) En este caso, nos ponen la información correspondiente al área sombreada del diagrama. Como sabemos que son 7 las defunciones ocurridas de esa generación en los años 80 y 90 y que en el año 90 han ocurrido solo 4, si restamos ambas cifras, tenemos la información que nos solicitan, es decir, 3 defunciones.

b) Como sabemos que el stock de población a 1/1/1990 es de 3200 niños, bastará sumar todos los niños de la generación fallecidos antes de esa fecha, es decir, $3200 + 3 + 14 + 20 = 3237$.

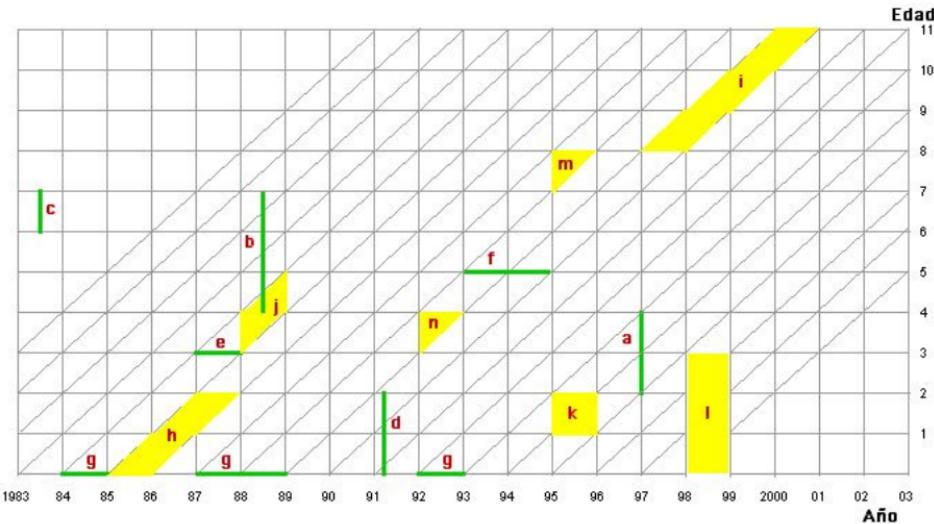
Ejercicios propuestos

1. Busca en las webs de los Institutos de Estadística la última información disponible sobre los cuatro componentes de la ecuación compensadora del municipio en qué naciste y haz una tabla resumen con dicha información.
2. Localiza en la red, las cifras población andaluza desglosada por sexo, a 1 de enero de 1999 y a 1 de enero de 2009, según las estimaciones de población del INE o según los registros del Padrón municipal. Calcula para cada sexo, las tasas de crecimiento aritmética, geométrica y continua y compara resultados.
3. Con lo anterior y a partir de la ecuación malthusiana, realiza una estimación de la población andaluza por sexo a 1 de enero de 2012 y a 15 de Marzo de 2012 (suponiendo que la tasa calculada va a permanecer constante).



Ejercicios propuestos

4. Identifica las líneas y áreas del siguiente diagrama de Lexis.



Ejercicios propuestos

5. Represente en un diagrama de Lexis la siguiente información y calcule la población menor de 4 años a 1 de enero de 1992.

(Año de observación 1991)

<u>Generación</u>	<u>Edad Cohorte</u>	<u>Defunciones</u>	<u>Inmigrantes</u>	<u>Emigrantes</u>
1991	0	52	0	0
1990	0	36	5	1
1990	1	22	4	5
1989	1	15	3	7
1989	2	8	6	2
1988	2	7	7	1
1988	3	5	4	5
1987	3	6	2	6

<u>Edad Cohorte</u>	<u>Población a 1/1/91</u>
0	530
1	225
2	350
3	420

Nacimientos en 1991 = 650