

Tema 6

Ejercicios



Ejercicios

Tablas de eliminación: mortalidad

Ejercicio 1: A partir de la siguiente información sobre mortalidad de una generación:

x	S_x
0	10000
1	8900
5	8500
10	8100
20	7900
30	7300
40	6900
50	6500
60	5300
70	4000
80	2300
90	0

1. Construya la serie de defunciones y cocientes de mortalidad de esta generación.
2. Represente gráficamente el calendario de esta generación.
3. ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo fallezca antes de los 60 años si ha sobrevivido a los 50?
4. ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo con 50 años sobreviva a los 60?
5. Calcule la esperanza de vida a los 60 años.

Tablas de eliminación: mortalidad

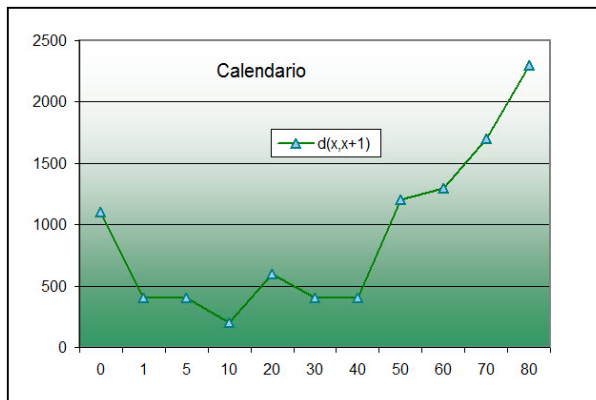
1. Si calculamos las series que nos piden, el resultado es:

x	S_x	$d(x, x+n)$	nq_x
0	10000	1100	0,110
1	8900	400	0,045
5	8500	400	0,047
10	8100	200	0,025
20	7900	600	0,076
30	7300	400	0,055
40	6900	400	0,058
50	6500	1200	0,185
60	5300	1300	0,245
70	4000	1700	0,425
80	2300	2300	1,000
90	0		



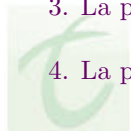
Tablas de eliminación: mortalidad

2. Si representamos el calendario de la mortalidad de esta generación:



3. La probabilidad que nos piden es ${}_{10}q_{50} = \frac{d(50,60)}{S_{50}} = 0.185$.

4. La probabilidad en este caso es ${}_{10}p_{50} = 1 - {}_{10}q_{50} = 1 - 0.185 = 0.815$.



Tablas de eliminación: mortalidad

5. La esperanza de vida a los 60 años es:

$$\begin{aligned}
 e_{60} &= \frac{T_{60}}{S_{60}} = \frac{10S_{70} + 5d(60, 70) + 10S_{80} + 5d(70, 80) + 10S_{90} + 5d(80, 90)}{S_{60}} = \\
 &= \frac{10S_{70} + 5(S_{60} - S_{70}) + 10S_{80} + 5(S_{70} - S_{80}) + 10S_{90} + 5(S_{80} - S_{90})}{S_{60}} = \\
 &= \frac{5S_{60} + 10S_{70} + 10S_{80} + 5S_{90}}{S_{60}} = \frac{89500}{5300} = 16.89 \text{ años}
 \end{aligned}$$

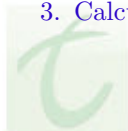


Tablas de eliminación: mortalidad

Ejercicio 2: A partir de la siguiente información sobre mortalidad de una generación:

x	S_x
65	14250
70	12346
75	8967
80	6784
85	2108
90	542
95	0

1. Construya la serie de defunciones y cocientes de mortalidad de esta tabla de mortalidad.
2. ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo fallezca antes de los 80 años si ha sobrevivido a los 70?
3. Calcule la esperanza de vida a los 80 años.



Tablas de eliminación: mortalidad

1. Si calculamos las series que nos piden, el resultado es:

x	S_x	$d(x, x+n)$	nq_x
65	14250	1904	0,134
70	12346	3379	0,274
75	8967	2183	0,243
80	6784	4676	0,689
85	2108	1566	0,743
90	542	542	1,000
95	0		

2. La probabilidad que nos piden es ${}_{10}q_{70} = \frac{d(70,80)}{S_{70}} = 0.4505$.



Tablas de eliminación: mortalidad

3. La esperanza de vida a los 80 años es:

$$\begin{aligned}
 e_{80} &= \frac{T_{80}}{S_{80}} = \frac{5S_{85} + 2.5d(80, 85) + 5S_{90} + 2.5d(85, 90) + 5S_{95} + 2.5d(90, 95)}{S_{80}} = \\
 &= \frac{5S_{85} + 2.5(S_{80} - S_{85}) + 5S_{90} + 2.5(S_{85} - S_{90}) + 5S_{95} + 2.5(S_{90} - S_{95})}{S_{80}} = \\
 &= \frac{2.5S_{80} + 5S_{85} + 5S_{90} + 2.5S_{95}}{S_{80}} = \frac{30210}{6784} = 4.45 \text{ años}
 \end{aligned}$$



Tabla de mortalidad del momento

Ejercicio 3: Construya la tabla de mortalidad de momento bianual 2002-2003 para una población mediante el método actuarial o lineal considerando los coeficientes de reparto a_x y conociendo la población a 1/1/2003 y las defunciones de 2002,2003 en las primeras edades ($T_{10} = 707892$, $l_0 = 10000$).

x	nD_x (2002)	nD_x (2003)	nP_x (1/1/2003)	a_x
0	528	492	28234	0,15
1	134	126	34567	0,40
5	82	68	50674	0,50
10	32	30	52327	0,50

Recuerde que si construimos la tabla bianual, tendremos que utilizar para calcular la tasa de mortalidad, la media de las defunciones en ambos años.



Análisis estadístico de la mortalidad: construcción de la tabla de mortalidad

Con la información dada, calculamos las tasas específicas (tomando en el numerador, la media de las defunciones); a partir de ellas, estimamos el cociente de mortalidad aplicando la expresión del método actuarial. Hecho esto, tomamos $l_0 = 10000$, que multiplicamos por el cociente estimado (0,0179016) para calcular las defunciones (redondeando, 179). A continuación restamos $l_0 = 10000 - 179$, apareciendo el número de supervivientes al año de edad (9821), que volveremos a multiplicar por el cociente (0,0149309) y obtendremos las 147 defunciones del intervalo [1, 5). Así sucesivamente...A continuación, calculamos el tiempo vivido en cada intervalo ${}_nL_x$ a través de su expresión. El tiempo vivido a partir de la edad x no se puede calcular, puesto que no tenemos los datos de toda la tabla; como sí sabemos que $T_{10} = 707892$, bastará ir acumulando dicha cantidad, agregando la columna de ${}_nL_x$. Por último, se calcula la esperanza de vida; en este caso, se ha obtenido una esperanza de vida al nacimiento de 80,5 años.

x	nD_x (2002)	nD_x (2003)	nP_x	ax	nD_x (media)	nm_x	nq_x	l_x	nd_x	nL_x	T_x	e_x
0	528	492	28234	0,15	510	0,01806333	0,01790165	10000	179	9847,84	804865,26	80,5
1	134	126	34567	0,40	130	0,00376081	0,01493094	9821	147	38932,01	795017,42	81,0
5	82	68	50674	0,50	75	0,00148005	0,00737296	9674	71	48193,41	756085,41	78,2
10	32	30	52327	0,50	31	0,00059243	0,00295776	9603	28		707892	73,7



Tabla de mortalidad del momento

Ejercicio 4: Construya la tabla de mortalidad de 1990 para una población mediante el método actuarial o lineal considerando los coeficientes de reparto $a_x = 0,5$ y conociendo la población a 1/1/1990 y a 1/1/1991 ($l_0 = 10000$).

x	nD_x (1990)	nP_x (1/1/1990)	nP_x (1/1/1991)	a_x
80	10342	37567	38277	0,50
85	9467	32561	34567	0,50
90	8798	24892	28008	0,50
95+	7652	23456	21344	0,50

Recuerde que el último intervalo tiene un tratamiento especial, por lo que utilice las expresiones apropiadas para su obtención.



Análisis estadístico de la mortalidad: construcción de la tabla de mortalidad

El proceso de construcción es idéntico al del ejercicio 3, con la salvedad de que tenemos que calcular las series en el último intervalo de edad. Es importante recordar que cuando construimos una tabla del momento, estamos suponiendo una generación ficticia, con lo cuál tenemos que forzar la extinción de ésta, es decir, $q_{\omega} = 1$.

x	nD_x (1990)	nP_x (1/1/1990)	nP_x (1/1/1991)	ax	nP_x (media)	nm_x	nq_x	lx	nd_x	nL_x	T_x	e_x
80	10342	37567	38277	0,50	37922	0,27271768	0,81079386	10000	8108	29730,15	36259,48	3,6
85	9467	32561	34567	0,50	33564	0,28205816	0,82707949	1892	1565	5548,09	6529,33	3,5
90	8798	24892	28008	0,50	26450	0,33262760	0,90804005	327	297	893,16	981,23	3,0
95+	7652	23456	21344	0,50	22400	0,34160714	1	30	30	88,08	88,08	2,9

