

CONOCIMIENTO PROFESIONAL EN EL ÁREA DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA EN EL PRIMER CURSO DE LA FORMACIÓN DE MAESTROS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Pablo Flores Martínez

Universidad de Granada

Resumen: En este artículo presento el plan de formación de maestros de primaria que llevo a cabo en la asignatura Matemáticas y su Didáctica, del primer curso de la Diplomatura de Maestros de Primaria (especialidad de Primaria y especialistas), que se imparte en la Facultad de Educación de la Universidad de Granada. Analizo el plan de formación empleando las caracterizaciones del conocimiento del profesor de Bromme y Shulman. Justifico que el currículo se centra preferentemente en la componente matemática del conocimiento profesional, y sólo se emplea el conocimiento didáctico del contenido para que los estudiantes tomen distancia sobre las destrezas matemáticas que dominan de manera algorítmica, y busquen significación a las mismas.

0. Introducción

Desde 1990, que comienza mi experiencia en el Departamento de Didáctica de la Matemática, he impartido todos los años asignaturas de formación de maestros en el área de Didáctica de la Matemática, siempre en el primer curso de la Diplomatura. Sin embargo, no tengo experiencia ni conocimiento de la tarea profesional que realizan los maestros de Educación Primaria. Mi experiencia investigadora se ha centrado en la formación de profesores de matemáticas de Educación Secundaria, que, aunque tiene puntos de contacto con el desarrollo profesional de los maestros de Primaria, tiene también grandes diferencias. Por tanto las siguientes reflexiones proceden de la actuación práctica como profesor de asignaturas en el currículo de formación de profesores de primaria, aunque en ellas han influido las lecturas e investigaciones referentes al profesor y su desarrollo profesional.

En esta comunicación trataré de expresar los principios que fundamentan mi práctica en este terreno. Para ello comenzaré por enunciar la forma en que conceptualizo el contexto de formación (las perspectivas profesionales que se ofrecen, los alumnos objeto de formación y la relación que tienen estos alumnos con el conocimiento matemático). A partir de esta contextualización podré reflexionar sobre el significado del conocimiento profesional de los estudiantes para maestro de primaria en el área de didáctica de las matemáticas, lo que me permitirá caracterizar el tipo de conocimiento que afronto en los cursos de formación, mostrando la importancia que concedo a las diversas componentes propuestas por Bromme (1994) y Shulman (1986). Para ello concretaré el currículo de formación, analizándolo desde la perspectiva de los contenidos que el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada ha incluido en los programas de las asignaturas Matemáticas y su Didáctica, para el primer curso de la formación de Maestros de Primaria. También relataré las estrategias formativas que empleo, tanto en el período de actuación con los estudiantes, como en su evaluación. Esta descripción me permitirá concluir con la naturaleza del conocimiento profesional que se afronta en estos cursos.

1. Contexto: mi experiencia profesional en la formación de maestros de Educación Primaria en el área de Didáctica de la Matemática

Desde mi incorporación al Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, mi experiencia con la formación de maestros se ha centrado en el primer curso de la Diplomatura, concretamente en la especialidad de Educación Física, en menor grado en las de Lengua Extranjera, Educación Musical y la antigua Educación Preescolar. Un solo año atendí a estudiantes para maestros especialistas en ciencias (plan 1979).

He de destacar, pues, dos hechos:

- a) Todas las actuaciones profesionales para la formación de maestros en el área de didáctica de la Matemática se han realizado en el *primer curso*, en el que los estudiantes acaban de llegar a la Facultad de Educación (o a la antigua Escuela de Magisterio), están sujetos a la mortandad natural de todo inicio universitario, acrecentada por la implantación de número clausus en todas las

facultades, incluida la nuestra, y por la falta de claridad respecto a su futuro profesional. Esta circunstancia se ha hecho más patente en estos últimos años, en los que la reducción de los años de duración de la Educación Primaria ha dado lugar a que no se abran plazas de maestro de Educación Primaria ni se convoquen oposiciones para el acceso a la plaza de maestro de Educación Primaria en la enseñanza pública.

- b) He dedicado más atención a futuros maestros especialistas en diversas áreas que a los futuros generalistas. No podemos dejar de advertir que para los estudiantes para maestro especialista, las matemáticas (o la educación matemática) constituye una carga, que se aleja de la selección profesional que han hecho (esperan llegar a ser especialistas, que no actúen como generalistas), y además la mayoría de los alumnos no cursa matemáticas desde hace tiempo (especialmente cuando se han incorporado a una especialidad típicamente de *letras*, como la de Lengua Extranjera).

Al incorporarme al Departamento y, por tanto a la formación de maestros, me planteaba dedicar la docencia a la formación profesional de los maestros de Educación Primaria en el área de Didáctica de la Matemática. Sin embargo, el contacto con el alumnado universitario me hizo ver que las preocupaciones profesionales están muy alejadas de los intereses de unos alumnos que acaban de comenzar su preparación profesional, y que estos alumnos conciben los cursos universitarios como una continuación de la escolaridad obligatoria.

El análisis del currículo de matemáticas de Primaria, y la experiencia docente e investigadora de sus miembros, ha llevado al Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada a consensuar las asignaturas de primer curso de la formación de maestros, articulando sus contenidos en torno a cuatro tópicos: aritmética, geometría, medida y estadística, en cuatro créditos de asignaturas cuatrimestrales¹. El bloque de estadística se sustituye por una atención a la lógica en la especialidad de Educación Infantil. En la formación de maestros generalistas de Educación Primaria se amplían a ocho créditos en una asignatura anual, pero que encierran básicamente los mismos bloques de contenido. En todas estas asignaturas se incorpora la componente matemática con la componente didáctica referente al tópico correspondiente. (En anexo 1 el programa de las asignaturas Matemáticas y su Didáctica

para especialistas –4 créditos-, y para generalistas –8 créditos-, del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada).

En resumen, mi experiencia me ha enfrentado con alumnos que acaban de incorporarse a la universidad, que no tienen claro su porvenir profesional, y que, cuando creen tenerlo, no lo ven relacionado con la tarea de los maestros de Primaria que tienen que atender las matemáticas en su actuación profesional.

2. El conocimiento profesional del maestro de primaria en el área de didáctica de las matemáticas y la formación inicial de maestros.

Para analizar el tipo de conocimiento profesional que afronto en los cursos, voy a emplear la clasificación del conocimiento profesional de Bromme (1994 y 1988), que considera que el profesor dispone de conocimiento:

- a) sobre las matemáticas como disciplina.
- b) sobre las matemáticas escolares
- c) la filosofía de las matemáticas escolares
- d) conocimiento pedagógico general (y psicológico)
- e) conocimiento pedagógico del contenido

La formación de maestros se lleva a cabo en la Facultad de Educación, y en su currículo aparece una mayoría de asignaturas que constituyen las bases pedagógicas y psicológicas del currículo. Ello me hace plantearme que la atención de los cursos no debe dirigirse a la *formación pedagógica general* (d). Se trataría de hacer hincapié en las demás componentes del conocimiento. Empleando las componentes del conocimiento profesional del profesor de Matemáticas (siguiendo a Bromme, 1988), a continuación presento una breve descripción de los conocimientos que abordo con relación a estas componentes, tomando como referencia los conocimientos de los alumnos relativos a los cuatro tópicos del programa de Matemáticas y su Didáctica: aritmética, geometría sintética, medida y estadística y azar.

El origen de los alumnos de las Facultades de Ciencias de la Educación es variable. La mayoría provienen de los estudios de Bachillerato (BUP) y COU, con lo

que disponen de destrezas matemáticas que les permiten resolver ejercicios de la matemática formal elemental (aritmética elemental ligada a las operaciones, geometría de vectores o de fórmulas, análisis relacionado con el estudio de funciones –para los que han estudiado las ramas de ciencias-, y conceptos para el cálculo algebraico incluso con funciones o relaciones trascendentes –trigonometría y logaritmos y exponenciales como conceptos para resolver ejercicios específicos-). Adolecen de un deficiente conocimiento matemático disciplinar, especialmente en lo que respecta a la geometría sintética, y, para algunos, en estadística (pese a que otras asignaturas de la diplomatura emplean las medidas estadísticas para refrendar sus resultados).

En relación al *conocimiento sobre las matemáticas escolares*, los alumnos tienen un dominio variable de los conceptos y procedimientos del currículo de matemáticas de Educación Primaria. En general se desenvuelven como usuarios de conocimientos aritméticos elementales, circunscribiendo la *aritmética* a los algoritmos de las operaciones básicas, y teniendo dificultades con el manejo de números racionales y fracciones. Los contactos con la *geometría sintética* se remontan a su paso por la Enseñanza General Básica, de la que recuerdan que tendrían que conocer fórmulas y nombres. Han *medido* en la vida cotidiana, y tienen ciertas destrezas para ello, identificando las magnitudes con la medida y sus unidades. Tienen una experiencia variable con la *estadística y el azar*; aquellos que han cursado las matemáticas de COU, opciones de letras, traen un recuerdo latente de los cálculos y fórmulas estadísticas, mientras que los demás se han limitado a tener contacto con la media aritmética para calcular la *nota media*. Luego la relación con los contenidos del curso y del currículo de Primaria es también variable, en unos casos son usuarios (aritmética y magnitudes), y en otros tienen carencias e identifican el conocimiento matemático con el manejo de las fórmulas correspondientes.

Los alumnos de la Diplomatura para la formación de maestros, en general, conciben la matemática como una disciplina difícil, en la que se enfatizan procedimientos generales, preferentemente algebraicos y analíticos, para resolver ejercicios que habitualmente no están relacionados con el mundo práctico. El conocimiento matemático es un conjunto de resultados que tienen una función de erudición para sus alumnos, aunque algunos son utilizables en el mundo cotidiano. No se han planteado que las matemáticas puedan constituir una actividad cultural

(podríamos decir que no se han planteado el saber escolar como saber cultural), sino que la mayoría de los conocimientos matemáticos y los ejercicios y destrezas que abordan son prescindibles, salvo para los científicos que los emplean con frecuencia de alguna forma que ellos ignoran. No ponen en duda el valor de verdad del conocimiento matemático, y consideran que es externo a su mundo.

Como consecuencia de las afirmaciones anteriores, las matemáticas para enseñar son, para los estudiantes, resultados y destrezas que hay que dominar para prosperar en el mundo escolar. Es decir, enfatizan el carácter instructor del conocimiento matemático, incluso en la escuela obligatoria. No se plantean si puede constituir además un instrumento para relacionarse con el medio de manera constructiva.

Para continuar el análisis, voy a añadir en la componente e) de Bromme (1994) lo que Shulman (1986) llama *conocimiento didáctico del contenido* (*formas más corrientes de representar un contenido, las analogías más poderosas, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones. (...) La comprensión de lo que hace que determinado tópico sea fácil o difícil.* p. 13). Se trata de profundizar en las cualidades formativas de la matemática, en qué hace que las matemáticas tengan razón de ser, para formar parte de un currículo de educación obligatoria, como es la educación primaria.

En resumen, mi opción formativa se ocupa de enfatizar la *filosofía de las matemáticas en el currículo*, tratando de que los estudiantes contemplen las matemáticas como un medio para educar a los alumnos – es decir, para facilitar que cada alumno establezca una relación equilibrada con el medio social y material -; para ello atiendo al *conocimiento didáctico del contenido*, especialmente cuando trabajamos con contenidos matemáticos que domina el estudiante para maestro (aritmética y medida). Se trata con ello de que estos estudiantes perciban el significado que ha tenido el conocimiento matemático en su formación cultural y escolar (Artigues, 1995). Me sitúo en el *conocimiento matemático disciplinar* en aquellas áreas en las que los estudiantes suelen tener carencias o bien no han percibido el interés formativo que les puede aportar (la geometría, en concreto, pero también la estadística). En el cuadro 1 aparecen estas dimensiones agrupadas por temas y en relación a las componentes del conocimiento profesional del Bromme (1994).

Cuadro 1: Componentes del conocimiento profesional que van a ser abordadas

Temas	Aritmética	Geometría	Medida	Estadística y Azar
Componentes				
a) matemáticas como disciplina	Características sistema decimal	La geometría como estructuradora del entorno	Elementos de la magnitud	Significado de la estadística en relación con otras ciencias. Interpretación de medidas
b) matemáticas escolares	Contenido del Currículo de Primaria			
c) filosofía de las matemáticas escolares	Matemáticas como actividad cultural. Matemáticas como facilitadoras de la relación con el medio			
e) conocimiento pedagógico del contenido	Significado de números, operaciones y problemas. Materiales para su enseñanza. Etapas de aprendizaje.	Materiales para la enseñanza.	Distinción entre magnitud y medida. Etapas de aprendizaje	

3. Contenidos matemáticos, finalidades, características del proceso instructivo y evaluación en estos cursos en el plan de formación

El punto de partida es el programa general elaborado en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada (Anexo 1). Los fines de las asignaturas Matemáticas y su Didáctica son los siguientes:

- a) Profundizar en los conocimientos matemáticos aritméticos y métricos de los estudiantes, dándoles significado en relación con las operaciones y con los problemas que tratan de resolver y relacionando estos conocimientos con su enseñanza y aprendizaje en Educación Primaria.
- b) Suministrar conocimientos matemáticos básicos para que los estudiantes se relacionen con el medio, especialmente en el terreno *geométrico* para el medio físico, y en el estudio del *azar y la estadística*, cuando se trata de facilitarle la comprensión de los experimentos que fundamentan las Nuevas Humanidades.
- c) Facilitar la relación de los estudiantes con el Currículo de Matemáticas de Educación Primaria, de manera que tengan claves para interpretar su filosofía y los planteamientos educativos de este ciclo educativo.

Para alcanzar estos propósitos, he diseñado unas planificaciones por temas (Anexo 2), en los que establezco las componentes y las estrategias de enseñanza. A continuación hago una descripción más detallada de los contenidos y estrategias de enseñanza para cada tema.

3.1: Aritmética

El fin del estudio de la aritmética es que los estudiantes conozcan las características de elementos que se manejan de manera mecánica, y que perciban el tratamiento que se les da en la Educación Primaria, tanto en el currículo como en los usos de los maestros y en los libros de texto.

Los contenidos se articulan en torno a tres tópicos:

- a) Concepto de **Número** y sus representaciones, fenomenología y modelos.
- b) El **Sistema de Numeración Decimal**, representación decimal y principios que conlleva, materiales didácticos (ábaco, material multibase, marcadores, etc.) y fenomenología de la notación decimal.
- c) Las **Operaciones Aritméticas**, organizadas como estructuras (aditivas y multiplicativas), y atendiendo a su estudio fenomenológico y de representaciones y modelos.

Para el trabajo en clase comienzo por proponer una actividad que sitúe el concepto tratado, bien en forma de problema, o de ejercicio extraído de un texto de matemáticas de Primaria. A continuación se produce el debate sobre las soluciones propuestas, tratando de establecer los criterios de aceptación y de interpretación de la tarea. Si el concepto que se está trabajando corresponde al conocimiento sobre las matemáticas (Bromme, 1994), se cierra el proceso con una institucionalización basada en establecer relaciones entre la forma en que ha sido tratado el concepto en la enseñanza elemental y el significado y fundamentación de este proceso, siempre en función de propiedades matemáticas (Ejemplo A). Si se está tratando un aspecto relacionado con el conocimiento didáctico del contenido, se completa con aportes relacionados con investigaciones didácticas sobre la enseñanza y aprendizaje del tema (Ejemplo B). En cualquier caso, la validación de las propuestas se establece en términos de la profundidad del análisis que realizan y de variables relacionadas con las investigaciones

trabajadas, siempre contempladas desde el punto de vista de la riqueza de interpretaciones, y evitando emplear el rendimiento académico de supuestos alumnos de primaria, que podría emplearse como arma arrojadiza para justificar cualquier postura.

Ejemplo A: Características del sistema de numeración decimal

Dada una tabla en la que aparecen los signos con los que diversas civilizaciones han designado a distintas cantidades², los estudiantes deberán escribir en dos sistemas diferentes el número que expresa la cantidad de sillas que hay en la clase y el año en el que vivimos.

Ejemplo B: Estructura multiplicativa

- 1) Tenemos 20 perros que queremos que se repartan en tres casas de perro. ¿Cuántos perros se meterán en cada casa?
- 2) Una pieza de 20 metros de tela se corta en trozos de 3 metros. ¿Cuántos trozos resultarán?
- 3) Repartimos una pieza de 20 metros de tela entre tres modistas. ¿Cuánta tela le corresponderá a cada una?
- 4) Un camión de 3 toneladas de carga útil debe transportar 20 toneladas de carga. ¿Cuántos viajes deberá hacer?
- 5) Si repartimos 20 pasteles entre 3 niños, ¿cuánto le toca a cada uno?
- 6) ¿Cómo repartimos 20 duros a tres niños si sólo disponemos de una moneda de 20 duros? ¿Y si tenemos cuatro monedas de 5 duros? ¿Y si tenemos una moneda de 10 duros, una de 5 duros, dos de 2 duros y 1 de duro?

- I. Resolver los ejercicios
- II. Distinguir los ejercicios según el dato que piden y la forma en que hay que hacer el algoritmo de la división para resolverlos³
- III. Distinguir los diferentes significados de la división que aparecen⁴
- IV. Enunciar un nuevo ejercicio de cada uno de los tipos de división que aparecen
- V. Relacionar estos ejercicios con la forma en que aparece la división en el currículo de matemáticas de Educación Primaria

3.2: Geometría

La finalidad del estudio de este tema es hacer que los estudiantes perciban el interés de la geometría para estructurar el medio físico, y tomar conciencia de la

naturaleza de los elementos geométricos. Para ello deberán recorrer las siguientes etapas en la relación con objetos geométricos: percepción – identificación, representación externa e interna, manipulación de modelos, caracterización – toma de conciencia de la naturaleza de los objetos geométricos, establecimiento de propiedades y, por último, y si es posible, esbozar alguna demostración de estas propiedades.

Los contenidos aparecen organizados en dos dimensiones (anexo 2, programación del tema geometría). La primera corresponde a la relación con el concepto:

- 1) Identificar elementos geométricos
- 2) Manipulación y representación externa e interna
- 3) Caracterización, definiciones y delimitación de sus elementos
- 4) Clasificaciones, criterios
- 5) Búsqueda de propiedades y, en un estadio mas avanzado, demostración
- 6) Obtención de medidas directas e indirectas de estos objetos geométricos.

La segunda se refiere a los objetos que van a tratarse (tal como aparecen en el programa de la asignatura, anexo 1):

- a) Naturaleza de los objetos geométricos y su aparición en la naturaleza
- b) Conceptos geométricos básicos en el plano
- c) Figuras en el plano y cuerpos en el espacio
- d) Posición en el espacio, sistemas de referencia
- e) Transformaciones geométricas
- f) Materiales y recursos para la enseñanza de la geometría

Las actividades que se realizarán en este tema tienen que facilitar que los estudiantes recorran las etapas señaladas, hasta llegar a caracterizar las figuras básicas del plano (polígonos), y del espacio (poliedros) (cuadro de anexo 2).

3.3 Medida.

Con este tema se pretende que los estudiantes perciban la idea de magnitud, separándola de la medida de la misma, especialmente de la medida indirecta basada en

la aplicación de fórmulas y siempre referida a un sistema de medida establecido. Se trata, pues, de que los estudiantes tomen conciencia del recorrido que han tenido que hacer hasta manejar la idea de medida, tratando de relativizar la importancia del cálculo indirecto de medidas y de dar sentido a las fórmulas que permiten este cálculo indirecto (algoritmos para calcular medidas).

Se proponen los siguientes contenidos:

- a) Idea de magnitud como cualidad de objetos o fenómenos, elementos, clarificación de criterios de equivalencia y orden, comparación de cantidades de magnitud.
- b) Magnitud y su medida. La medida como comparación.
- c) Etapas del aprendizaje de la medida (percepción, comparación, empleo de referentes no estándares, referentes sistemáticos y sistema), y principios (implicación afectiva, realización práctica, principios metodológicos). Aplicación al aprendizaje y la enseñanza de la medida de las magnitudes fundamentales (longitud, superficie, volumen y capacidad, tiempo y masa y peso)
- d) Medida directa e indirecta. Justificación de fórmulas de medidas indirectas de superficies. Significado de estas fórmulas (relación con la forma de la unidad)
- e) La medida en el currículo de matemáticas de Primaria.

El desarrollo del tema pretende que los estudiantes revisen lo que entienden por medir, delimitando el sentido de magnitud y su medida, adoptando cierta distancia que les permitan tomar conciencia de algunas operaciones que han tenido que realizar para llegar a disponer de esas destrezas. Para ello comenzamos por delimitar las magnitudes familiares, caracterizándolas como cualidades de objetos o de fenómenos y diferenciándolas de la medida, establecida como un número. Posteriormente planteo dos tipos de actividades, las primeras basadas en el análisis de destrezas y búsqueda de significado (Actividad C), y las segundas basadas en el análisis de propuestas de enseñanza de la medida en Primaria (Actividad D). Estas actividades me permiten introducir la reflexión teórica sobre el concepto de magnitud y de medida y sus principios de aprendizaje.

Actividad C

Según el dibujo siguiente, podemos decir que un paralelogramo tiene la misma cantidad de superficie que un rectángulo de la misma base y la misma altura.



Completar, razonadamente, las siguientes frases:

- A) Un **trapezio rectángulo** tiene la misma cantidad de superficie que un **rectángulo** con base _____ y altura _____
- B) Un **triángulo** tiene la misma cantidad de superficie que un **rectángulo** con _____ de la base del triángulo y _____ de la altura del triángulo.
- C) Un **trapezio isósceles** tiene la misma cantidad de superficie que un **rectángulo** con _____ de la base del trapezio y _____ de la altura del trapezio⁵.

Actividad D

El Anexo 1 es una fotocopia de la lección 12 del libro de texto de 3° de EGB de la editorial Algaida.

I. Análisis del Anexo

- Indicar las partes que observáis en el documento.
- Explicar que conceptos matemáticos se tratan en cada parte.
- Observar las características de las actividades que se proponen a los alumnos en esta lección, e indicar cómo las caracterizaríais.
- Relacionar estos conceptos y la secuencia propuesta con los principios de la enseñanza y el aprendizaje de la medida. Analizar si se respetan las etapas de aprendizaje, señalando lo que corresponde a cada una de ella. Analizar si se tienen en cuenta los principios del aprendizaje, poniendo ejemplos que lo justifiquen.

II. Relación entre esta lección y el currículo de Matemáticas de Primaria

Buscar en el currículo de matemáticas de primaria el bloque de la medida y relacionar con los principios y etapas del aprendizaje. Indicar en que se puede utilizar la lección analizada para el tratamiento de la medida de longitud en Primaria, señalando el curso correspondiente.

3.4. Tratamiento del azar y estadística

Con este tema se pretende que los estudiantes perciban la naturaleza funcional de la estadística para las ciencias empíricas, incluidas las nuevas humanidades que están estudiando en las bases psicopedagógicas del currículo de la formación inicial de la formación de maestros de primaria, y de desarrollar destrezas de interpretación de tablas, cálculos y gráficos estadísticos elementales.

Para ello se proponen los siguientes contenidos:

- a) Estadística y azar: Identificación de la estadística como instrumento para la resolución de problemas, tratamiento e interpretación de medidas estadísticas sencillas para los problemas.
- b) Experimentos aleatorios y deterministas, formas de estudio, la estadística como forma de estudio.
- c) Nociones estadísticas para tratar los problemas
- d) Interpretación de los resultados estadísticos.

Las actividades que se van a desarrollar se relacionarán siempre con un problema, definiendo la población que se pretende estudiar, la muestra seleccionada para su estudio, y el carácter que se va a observar. El caso de la media aritmética, ampliamente manejada por los estudiantes para la obtención de la nota media, servirá para reflexionar sobre el alcance, intenciones y propiedades de las medidas de centralización y su grado de representación del conjunto de datos. En el anexo 2 figuran las actividades que he programado.

3.5 El trabajo

Los estudiantes, actuando en equipos, tienen que realizar un trabajo relacionado con los temas tratados en el curso, y con el conocimiento profesional del profesor de primaria. Para ello les propongo tres opciones:

- a) Realización de una pequeña investigación matemática. Se trata de buscar alguna manifestación matemática, de carácter lúdico o práctico, y resolverla razonadamente, estableciendo su relación con los temas estudiados.

- b) Las matemáticas y Descripción de los conceptos matemáticos que aparecen en un contexto determinado de la vida cotidiana y el tipo de problemas de ese contexto que se resuelven mediante las matemáticas.
- c) Análisis didáctico de una parte de un libro de texto de matemáticas de educación primaria.

La intención de este trabajo es doble. Por una parte se trata de que los estudiantes desarrollen hábitos de trabajo intelectual universitario (la redacción de informes memoria de trabajos), y por otro que afronten las matemáticas como medio para la resolución de problemas prácticos (opciones a y b) o que se enfrenten directamente a un problema profesional relacionado con el conocimiento didáctico del contenido matemático (opción c).

3.5 Principios metodológicos empleados

En síntesis, entre los principios metodológicos que empleo en estos cursos, destacaré los siguientes:

- La actuación de los estudiantes en clase se realiza en torno a una tarea introductoria, generalmente de carácter matemático (ver anexo 2 y ejemplos A y B), que dé sentido a la reflexión (dado que no han hecho y no son significativas para los estudiantes las reflexiones de carácter didáctico).
- Se emplean como criterios para validar el conocimiento didáctico del contenido la variedad de representaciones que propongan, su adecuación a modelos extraídos de textos de profesor, la lógica interna relacionada con las tareas y la significación de los conceptos matemáticos. En ningún caso se alude al aprendizaje de los alumnos de primaria como validador de este conocimiento, salvo que se refiera a una investigación concreta.
- Entre las tareas que se emplean para que el estudiante profundice sobre los conceptos matemáticos y las reflexiones didácticas, proponemos que emplee diversos diccionarios para buscar definiciones de conceptos; posteriormente se ponen en común las definiciones, se recurre al consenso para validar las soluciones que dan los estudiantes a las tareas propuestas, se empleen materiales manipulativos en clase para ejercitarse en su uso y conocer su existencia.

- El conocimiento didáctico que trabajarán los estudiantes no se convierte en conocimiento erudito, sino que su función es interpretar las situaciones (analizar situaciones didácticas, buscar sentidos en los que se emplean en la vida cotidiana, etc.). Por tanto en la evaluación de los estudiantes no se demanda conocimiento didáctico de carácter erudito, sino que se propone la interpretación de una tarea matemática en relación a su significado, fenomenología y representaciones.
- El conocimiento matemático que se trabaja se limita al relacionado con el currículo de matemáticas de primaria, incluyendo su justificación y estudio fundamentado, pero siempre en el terreno de la matemática elemental.

Conclusiones: características del conocimiento profesional trabajadas en el curso

Para concluir, voy a analizar la forma en que están comprendidas las componentes del conocimiento del profesor en estos cursos, dejando de lado la componente pedagógica general.

En primer lugar me referiré al conocimiento sobre las matemáticas como disciplina, junto con el conocimiento de la filosofía de las matemáticas. Estas dos componentes entrarían en el *conocimiento del contenido o de la materia* (de las matemáticas, en nuestro caso), que establece Shulman, y que Ball (1991) clasifica en: *conocimiento sustantivo* de las matemáticas (comprensión de temas, procedimientos, conceptos y relaciones entre ellos), *conocimiento sobre las matemáticas* (naturaleza del conocimiento matemático, qué significa saber y hacer matemáticas) y *disposición hacia las matemáticas* (sentimientos y tendencias a profundizar en temas matemáticos). Esta última clasificación añade la componente *actitudinal*, que me parece significativa en los cursos, y que quiero incluir en el análisis de estas conclusiones.

Tal como he mostrado, mi interés en este curso se ha centrado especialmente en el conocimiento sobre las matemáticas (entendida más como conocimiento del contenido de Shulman (1986), que como conocimiento de la disciplina de Bromme (1994)). He destacado el conocimiento sustantivo (Ball, 1991) (comprensión de la aritmética escolar de los números naturales y sus operaciones, sin introducirnos en

divisibilidad, pero atendiendo a su significado y expresión; algunos procedimientos, conceptos y relaciones en geometría sintética; comprensión de la medida, y su relación con las magnitudes; conocimiento de elementos estadísticos para el tratamiento de problemas relacionados con fenómenos no deterministas). Pero también hemos trabajado el conocimiento *sobre* las matemáticas (naturaleza del conocimiento aritmético, diferenciar el significado de las operaciones de los algoritmos y relacionándolo con la resolución de problemas; naturaleza de los objetos geométricos, su relación con el mundo físico; naturaleza de las magnitudes y de la medida, y su diferenciación de la aplicación de fórmulas de cálculo indirecto; concepción de la estadística como una herramienta para afrontar problemas no deterministas). Las actividades de profundización sobre los conceptos matemáticos de primaria que son dominados por los estudiantes tienen como fin influir sobre su disposición hacia las matemáticas.

He atendido en menor medida el conocimiento sobre el currículo de Matemáticas de Primaria, aunque su referencia ha sido constante durante todo el curso.

En relación con el *conocimiento didáctico del contenido*, durante las clases hemos trabajado con diversas formas de representar los contenidos, especialmente cuando los estudiantes tienen cierto dominio de los resultados matemáticos, así como con materiales y recursos para la enseñanza de determinados tópicos, pero, en cualquier caso, la reflexión realizada sobre ellos ha sido para que los estudiantes se relacionen de otra forma con el saber matemático, y, si hemos hecho alusión a la forma en que sus futuros alumnos se representan un conocimiento matemático, ha sido para que tomen conciencia de que hay diversas formas de trabajar con un concepto, y perciban la dificultad de relacionar entre sí esas formas. Se trata de que sean conscientes de la complejidad de tareas que ellos realizan en relación con el concepto, que establezcan relaciones entre ellas y aumente su campo semántico del mismo. Sólo en dos ocasiones he aludido explícitamente a una visión didáctica del contenido, cuando afrontamos las etapas, modelos, significados, etc. del aprendizaje de las operaciones aritméticas⁶, y con las etapas y objetivos de la enseñanza y el aprendizaje de la medida⁷. En ambos casos he partido de destrezas que dominan los estudiantes de manera mecánica para intentar que reflexionen sobre sus propios conocimientos matemáticos, tomando como filtro la forma en que otros tienen que llegar a aprenderlos.

En resumen, el conocimiento didáctico del contenido se ha constituido un filtro de reflexión sobre el conocimiento matemático de los estudiantes, más que un conocimiento profesional sobre el que hayamos trabajado con profundidad y explícitamente. Considero que los estudiantes de los primeros cursos de nuestras Diplomaturas de Formación de Maestros de Primaria tienen necesidad de romper su visión de la matemática como ciencia de resultados, para percibir su riqueza explicativa del mundo y el significado funcional de sus conceptos. Ahora bien, como nuestros estudiantes se sienten alumnos que tienen que recibir un conocimiento concreto, que luego devolverán en las ocasiones de evaluación, tenemos que trabajar sobre resultados que puedan valorar. Para no romper completamente esta expectativa, he recurrido a una profundización en su formación matemática. Considero que de esta forma, más que desarrollar el conocimiento profesional como profesores en el área de matemáticas, se les ha abierto una vía de reflexión sobre las características de su propio conocimiento (cualquiera que éste sea) y las dificultades de afrontarlo en su formación como futuros maestros.

Referencias

Aleksandrov y otros, (1973). *Las matemáticas, su contenido, método y significado*, Madrid, Alianza Universidad, Tomo 1.

Artigues, M. (1995). El lugar de la didáctica en la formación de profesores. En Artigues, M. Douady, R. Moreno, L. y Gómez, P. (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática*, pp. 7-23. Una empresa docente & Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Ball, R. (1991). Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation. En Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching: teachers' subject matter knowledge and classroom instruction*. Vol 2, JAI Press, Greenwich, C.T.

Bromme, R. (1988). Conocimientos profesionales de los profesores. *Enseñanza de las Ciencias 6 (1)*, pp. 19-29.

Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. En Biehler, R., Scholz, R., Sträber, R. y Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrech: Kluwer. (pp. 73-88)

Castro, E., Flores, P. y Segovia, I. (1997). Relatividad de las fórmulas del cálculo de la superficie de figuras planas, *SUMA 26*, 23-32.

Castro, E., Rico, L. y Castro, E. (1988). *Números y operaciones*, Madrid, Síntesis.

Gómez, B. (1988). *Numeración y Cálculo*, Madrid, Síntesis.

Ifrah, G. (1997). *Historia Universal de las Cifras*, Madrid, Espasa-Forum.

Inskeep, J. E. (1976). Teaching measurement to elementary school children. En *Yearbook 1976*, Reston, NCTM.

Puig, L. y otros (1988). *Problemas aritméticos escolares*, Madrid, Síntesis.

Ruiz, L. (1998), Análisis de los temarios de las asignaturas troncales y obligatorias de didáctica de la matemática en la formación de maestros de educación infantil y primaria. En Abraira, C. y Francisco, A. (Eds.), *La formación inicial de los profesores de primaria y secundaria en el área de didáctica de las Matemáticas*, León, Universidad de León.

Segovia, I., Castro, E. y Flores, P. (1996). El área del rectángulo, *UNO 10*, 63-67.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher 15*. 4-14.

¹ Estos bloques de contenido aparecen en los temarios de la asignatura troncal de Matemáticas de la mayoría de las Diplomaturas de Formación de Maestros de Primaria (Ruiz, (1998)).

² Ifrah (1997) o Aleksandrov y otros (1973), Tomo 1, p. 30-31.

³ Para contrastar la validez de las respuestas a estas cuestiones se empleará el texto de Gómez (1988).

⁴ Para validar soluciones se adoptarán las interpretaciones de la división que aparecen en el texto de Puig y otros (1988).

⁵ La intención de esta actividad es generar un proceso de comparación de cantidades de superficie que está en la base de la fórmula que permite calcular el área de un polígono a partir de las longitudes de sus lados, siempre tomando como forma de la unidad un cuadrado (Ver Castro, Flores y Segovia (1997), y Segovia, Castro y Flores (1996)).

⁶ Empleando el esquema del texto de Castro, Rico y Castro, (1988).

⁷ Empleando una traducción del artículo Inskip (1976).