CÁLCULO DE MEDIAS Y VARIANZAS CONDICIONADAS PARA UN VECTOR ALEATORIO BIDIMENSIONAL DISCRETO

Sea (X, Y) un vector aleatorio bidimensional discreto. La esperanza o media condicionada de X dada Y (o esperanza de X condicionada a Y)

$$E[X/Y]$$

es una variable aleatoria función de Y que a cada valor y_0 le asigna la esperanza condicionada $E[X/Y = y_o]$. Ahora bien, $E[X/Y = y_o]$ se define como la esperanza de la distribución de probabilidad condicionada $X/Y = y_0$, es decir

$$E[X/Y = y_o] = \sum_x xP[X = x/Y = y_0]$$

La varianza condicionada de X dada Y (o varianza de X condicionada a Y)

$$\mathrm{Var}(X/Y)$$

es una variable aleatoria función de Y que a cada valor y_0 le asigna la varianza condicionada $\mathrm{Var}(X/Y = y_o)$. Ahora bien, $\mathrm{Var}(X/Y = y_o)$ se define como la varianza de la distribución de probabilidad condicionada $X/Y = y_0$, y se calcula como

$$\mathrm{Var}(X/Y = y_o) = E[X^2/Y = y_o] - (E[X/Y = y_o])^2$$

donde

$$E[X^2/Y = y_o] = \sum_x x^2P[X = x/Y = y_0]$$

Dado que $\mathrm{Var}(X/Y)$ es una variable aleatoria función de Y se puede calcular su esperanza usando que

$$E[h(Y)] = \sum_y h(y)P[Y = y]$$

y, por tanto,

$$E[\mathrm{Var}(X/Y)] = \sum_y \mathrm{Var}(X/Y = y)P[Y = y].$$

<u>Nota</u>: De forma totalmente análoga se define $E[Y/X]$ y $\mathrm{Var}(Y/X)$.

CÁLCULO DE MEDIAS Y VARIANZAS CONDICIONADAS PARA UN VECTOR ALEATORIO BIDIMENSIONAL CONTINUO

Sea (X, Y) un vector aleatorio bidimensional continuo. La esperanza o media condicionada de X dada Y (o esperanza de X condicionada a Y)

$$E[X/Y]$$

es una variable aleatoria función de Y que a cada valor y_0 le asigna la esperanza condicionada $E[X/Y = y_o]$. Ahora bien, $E[X/Y = y_o]$ se define como la esperanza de la distribución de probabilidad condicionada $X/Y = y_0$, es decir

$$E[X/Y = y_o] = \int_{\mathbb{R}} x f_{X/Y=y_0}(x)\, dx$$

La varianza condicionada de X dada Y (o varianza de X condicionada a Y)

$$\mathrm{Var}(X/Y)$$

es una variable aleatoria función de Y que a cada valor y_0 le asigna la varianza condicionada $\mathrm{Var}(X/Y = y_o)$. Ahora bien, $\mathrm{Var}(X/Y = y_o)$ se define como la varianza de la distribución de probabilidad condicionada $X/Y = y_0$, y se calcula como

$$\mathrm{Var}(X/Y = y_o) = E[X^2/Y = y_o] - (E[X/Y = y_o])^2$$

donde

$$E[X^2/Y = y_o] = \int_{\mathbb{R}} x^2 f_{X/Y=y_0}(x)\, dx$$

Dado que $\mathrm{Var}(X/Y)$ es una variable aleatoria función de Y se puede calcular su esperanza usando que

$$E[h(Y)] = \int_{\mathbb{R}} h(y) f_Y(y)\, dy$$

y, por tanto,

$$E[\mathrm{Var}(X/Y)] = \int_{\mathbb{R}} \mathrm{Var}(X/Y = y) f_Y(y)\, dy.$$

Nota: De forma totalmente análoga se define $E[Y/X]$ y $\mathrm{Var}(Y/X)$.