

DIPLOMATURA EN CIENCIAS EMPRESARIALES
ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE DATOS ECONÓMICOS. 18-9-2004

APELLIDOS:

DNI:

FIRMA:

NOMBRE:

GRUPO:

1) Indique sólo si le afectan o no los cambios de origen y los cambios de escala a las medidas que a continuación se citan: Media, mediana, moda, percentiles, varianza, desviación típica, coeficiente de variación, coeficiente de asimetría de Pearson, covarianza, coeficiente de correlación lineal.

NOTA: En las preguntas tipo test, subraye la opción correcta. Cada opción va precedida de un asterisco. Cada respuesta equivocada resta 0'25 puntos.

2) Sean las variables X, Y, Z, tales que $Y=a+bX$ ($a \neq 0, b \neq 0, 1$), entonces: *) $r_{xy}=a+br_{xz}$ *) $r_{yz}=a+br_{xz}$
 *) $r_{yz}=br_{xz}$ *) $r^2_{yx}=1$

3) Si en la distribución tridimensional (X_1, X_2, X_3), los planos de regresión $X_1/X_2, X_3$ y $X_3/X_1, X_2$ son, respectivamente: $x_1 + 0'8x_2 + 0'4x_3 = 0$ y $x_3 + 0'17x_1 = -0'12x_2$. Entonces, el coeficiente de correlación parcial de X_1 y X_3 es: *) 0'261 *) -0'068 *) 0'068 *) -0'261.

4) Dadas las rectas de regresión de X/Y : $16x + 4y - 6 = 0$ y la de Y/X : $4x + 16y + 10 = 0$, el coeficiente de correlación lineal entre las variables es igual a: *) 0'25 *) 0'0625 *) -0'25 *) -0'0625.

5) En una empresa los trabajadores se clasifican en tres categorías: obreros, administrativos y directivos. El salario medio y la desviación típica para cada categoría se enumeran a continuación. Obreros: 100 y 20; administrativos: 105 y 10; directivos: 200 y 40. En la empresa hay 190 obreros, 30 administrativos y 10 directivos. Entonces, la desviación típica de los salarios para el conjunto de la empresa es (se redondea el resultado final a 2 decimales): *) 23'3 *) 20'32 *) 28'74 *) 19'57

6) Una variable estadística bidimensional tiene las siguientes rectas de regresión mínimo cuadráticas:

$-2x + y + 10 = 0$ $x - 0'4y - 6 = 0$. Entonces las medias de las variables valen: *) $\bar{x} = 10$, $\bar{y} = 10$
 *) $\bar{x} = 5'55$, $\bar{y} = 1'11$ *) $\bar{x} = 4'445$, $\bar{y} = -1'11$ *) $\bar{x} = 0$, $\bar{y} = -10$.

7) Se ha realizado un estudio sobre los salarios brutos mensuales en euros (X) y el número de hijos (Y) de los trabajadores de una empresa, obteniéndose la siguiente información

X \ Y	0-2	2-4
800-1200	20	0
1200-1600	8	6
1600-2200	0	16

a) [1 punto] ¿Qué porcentaje de la masa salarial total perciben los trabajadores que tienen un sueldo bruto comprendido entre 1200 y 1800 euros?

b) [1 punto] Calcule el coeficiente de contingencia de Pawlik.

8) [2 puntos] Se ha observado en las últimas semanas el número de consultas recibidas en la página Web de una empresa (X_1 , en miles), las ventas realizadas por la empresa (X_2 , en millones de euros) y el precio de venta de su producto (X_3 , en miles de euros), obteniéndose:

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= 6'75 & \bar{x}_2 &= 24'25 & \bar{x}_3 &= 2'5 & S_1^2 &= 3'69 & S_2^2 &= 79'19 & S_3^2 &= 1'25 \\ S_{12} &= 17'06 & S_{13} &= -2'13 & S_{23} &= -9'88\end{aligned}$$

Estime las ventas que se alcanzarán en una semana en la que el número de consultas a la página Web sea de 10000 y el precio del producto de 5000 euros.

TIEMPO: 2 horas

Todas las preguntas puntúan uno salvo la 7 y la 8 que puntúan dos cada una.

SOLUCIONES DEL EXAMEN DE ADDE DE 18-9-04

1.- Invariantes frente al cambio de origen son la varianza, la desviación típica, el coeficiente de asimetría de Pearson, la covarianza y el coeficiente de correlación lineal.

Invariantes frente al cambio de escala son el coeficiente de variación, el coeficiente de asimetría de Pearson y el coeficiente de correlación lineal. Al resto de medidas que no aparecen incluidas en los anteriores grupos le afecta el correspondiente cambio.

2.- Si entre X e Y hay una relación lineal perfecta, $Y=a+bX$, la bondad del ajuste de la anterior expresión es máxima, es decir $r^2_{yx}=1$.

$$3.- \quad \begin{aligned} x_1 + 0'8x_2 + 0'4x_3 &= 0 & \Rightarrow & x_1 = -0'8x_2 - 0'4x_3 \\ x_3 + 0'17x_1 &= -0'12x_2 & \Rightarrow & x_3 = -0'17x_1 - 0'12x_2 \end{aligned}$$

$$R_{13(2)}^2 = (-0'17) \times (-0'4) = 0'068 \Rightarrow R_{13(2)} = -\sqrt{0'068} = -0,260768$$

$$4.- \quad \begin{aligned} 16x + 4y - 6 &= 0 & \Rightarrow & x = -(1/4)y + (3/8) \\ 4x + 16y + 10 &= 0 & \Rightarrow & y = -(1/4)x - (5/8) \end{aligned}$$

$$r_{xy}^2 = \left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} \Rightarrow r_{xy} = -\sqrt{\frac{1}{16}} = -\frac{1}{4} = -0'25$$

5.-

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x}_i n_i = \frac{1}{230} ((100 \times 190) + (105 \times 30) + (200 \times 10)) = 105$$

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i^2 n_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x})^2 n_i$$

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{1}{230} ((400 \times 190) + (100 \times 30) + (1600 \times 10)) + \\ &+ \frac{1}{230} \left(((100 - 105)^2 \times 190) + ((105 - 105)^2 \times 30) + ((200 - 105)^2 \times 10) \right) = 826'0869565 \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{826'0869565} = 28'74$$

6.- Resolviendo el sistema de ecuaciones: $-2x + y + 10 = 0$ $x - 0'4y - 6 = 0$
se obtiene el punto donde se cortan ambas rectas que es $(\bar{x}, \bar{y}) = (10, 10)$

7.- a)

	n_i	x_i	$x_i n_i$	N_i	u_i	p_i	q_i
800-1200	20	1000	20000	20	20000	40	28'57
1200-1600	14	1400	19600	34	39600	68	56'57
1600-2200	16	1900	30400	50	70000	100	100
	50		70000				

1600 ----- 56'57

1800 ----- x

2200 ----- 100

$$\frac{2200 - 1600}{1800 - 1600} = \frac{100 - 56'57}{x - 56'57} \Rightarrow x = 71'047$$

$71'047\% - 28'57\% = 42'477\% \text{ de la masa salarial total}$

b) Utilizaremos la siguiente expresión para el cálculo del coeficiente de contingencia χ^2

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^p \frac{n_{ij}^2}{e_{ij}} - n$$

n_{ij}		$n_{i\bullet}$
20	0	20
8	6	14
0	16	16
$n_{\bullet j}$	28	n=50

n_{ij}^2	
400	0
64	36
0	256

e_{ij}	
11'2	8'8
7'84	6'16
8'96	7'04

n_{ij}^2 / e_{ij}		
35'714	0	
8'163	5'844	
0	36'364	
		$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^p \frac{n_{ij}^2}{e_{ij}} = 86'085$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^p \frac{n_{ij}^2}{e_{ij}} - n = 86'085 - 50 = 36'085$$

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{n + \chi^2}} = 0'64744 \quad C_{\max} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0'7071$$

$C_c = \frac{C}{C_{\max}} = 0'9156$

8.- Ajustamos el plano de $x_2 / x_1, x_3$

$$L_{21} \left(x_1 - \bar{x}_1 \right) + L_{22} \left(x_2 - \bar{x}_2 \right) + L_{23} \left(x_3 - \bar{x}_3 \right) = 0$$

$$\mathcal{L} = \begin{pmatrix} 3'69 & 17'06 & -2'13 \\ 17'06 & 79'19 & -9'88 \\ -2'13 & -9'88 & 1'25 \end{pmatrix}$$

$$L_{21} = -\begin{vmatrix} 17'06 & -2'13 \\ -9'88 & 1'25 \end{vmatrix} = -0'2806 \quad L_{22} = \begin{vmatrix} 3'69 & -2'13 \\ -2'13 & 1'25 \end{vmatrix} = 0'0756 \quad L_{23} = -\begin{vmatrix} 3'69 & 17'06 \\ -2'13 & -9'88 \end{vmatrix} = 0'1194$$

$$-0'2806(x_1 - 6'75) + 0'0756(x_2 - 24'25) + 0'1194(x_3 - 2'5) = 0$$

$$x_2 = 3'71x_1 - 1'58x_3 + 3'145$$

$$\boxed{\widehat{x_2} \Big/ x_1 = 10, x_3 = 5 = 32'345 \text{ millones de euros en ventas}}$$