

APELIDOS:

D.N.I.:

FIRMA:

NOMBRE:

GRUPO: A -- B -- C -- D

(rodée con un círculo su grupo)

LEA ATENTAMENTE ESTAS **INSTRUCCIONES**:

- Duración del examen: 2 horas y media.
- Cada pregunta tipo test vale 1 punto y 1 respuesta equivocada resta 0'25 puntos. Las preguntas tipo test dejadas en blanco no restan. Cada opción va precedida de un asterisco. Subraye completamente la opción elegida. Para anular una respuesta táchese ésta completamente.
- La puntuación de cada apartado de los problemas aparece indicada en ellos. Aunque la suma de todas las puntuaciones del examen sea 20, la calificación final se calcula sobre 10.
- No se puede desgrapar ninguna hoja del examen. Las operaciones en sucio también deben hacerse en el papel que se facilita, indicando en la parte superior de las páginas usadas para tal fin, "sucio".

PREGUNTAS TIPO TEST (Las respuestas se han redondeado a 2 decimales)

1) Consideremos la variable X = beneficio obtenido por las empresas (en miles de euros). Se toma una muestra de 2000 empresas, cuyo beneficio medio es 170 y varianza de 9. El intervalo de beneficios, centrado en la media, que contiene los beneficios de al menos 1980 empresas es: * (161, 179) * (167, 173) * (140, 200) * (80, 260) * (160, 180) * (165, 175) *(164, 176) * (152, 188)

2) En los últimos meses un empresario español ha ido a Estados Unidos en tres ocasiones. En las dos primeras cambió euros por dólares a la par. La tercera vez cambió a 80 céntimos de euro por cada dólar. En las dos primeras ocasiones cambió la misma cantidad de euros y en la tercera cambió el doble de euros que en cada una de las dos primeras ocasiones. El precio medio (en céntimos de euro) al que ha pagado el dólar ha sido: * 0'01 * 88'89 * 30'77 * 66'67 * 46'15 * 100 * 61'54 * 90 * 93'33 * 70 * 87 * 91 * 98'89

3) En el transcurso de los últimos cinco años el precio medio de la vivienda en España se ha incrementado en un 90%, por lo que la tasa media de variación anual (expresada en %) ha sido: * 37'84 * 137'84 * 13'70 * 113'70 * 2'09 * 20'90 * 97'91 * 24'76

4) Una empresa del sector inmobiliario tiene dos filiales: Speculum y Pelotari. En Speculum el sueldo medio y la desviación típica de los sueldos son, respectivamente, 1200 euros y 48 euros. En Pelotari el sueldo medio y la desviación típica de los sueldos son, respectivamente, 1000 euros y 40 euros. Se decide subir el sueldo 52 euros en Speculum y un 30% en Pelotari. Entonces, los sueldos: * antes y después de la subida son más homogéneos en Speculum * antes y después de la subida son más homogéneos en Pelotari * antes de la subida eran más homogéneos en Pelotari pero después de la subida son más homogéneos en Speculum * antes de la subida eran igual de homogéneos en ambas filiales y después de la subida lo siguen siendo * antes de la subida eran igual de homogéneos en ambas filiales y después de la subida son más homogéneos en Speculum * antes de la subida eran igual de homogéneos en ambas filiales y después de la subida son más homogéneos en Pelotari * con estos datos no se puede comparar la homogeneidad en los sueldos.

5) Dada la distribución de frecuencias bidimensional de la tabla adjunta, diremos que X e Y son estadísticamente independientes si el parámetro α toma el valor: * 200 * 110 * 90 * 24 * 0 * 1 * 7 * 20 * ninguna de las anteriores.

X \ Y	6	8
3	30	α
4	20	60

6) Dadas las rectas de regresión $4x - 2y + 20 = 0$; $12x - 3y + 30 = 0$, el coeficiente de determinación de la recta Y/X es:
* 0'50 * 0'71 * 0'20 * 0'25 * 0'40 * 0'01 * 0'07 * 0'02.

7) Dadas las rectas de regresión $2x - y + 10 = 0$; $4x - y + 2 = 0$, entonces \bar{y} es: * 8 * -8 * -4 * 4 * 18 * -18 * -2 * ninguna de las anteriores.

8) En una agencia inmobiliaria se clasifican las viviendas que tienen en su base de datos en tres tipologías constructivas: A, B y C. El porcentaje de viviendas de cada una de estas tipologías es, respectivamente: 60, 35 y 5. El precio medio (en euros por metro cuadrado) de cada una de estas tipologías es, respectivamente: 1200, 1800 y 3000. Las varianzas de los precios de cada una de estas tipologías coinciden, y son iguales a 200.000. El precio medio para el conjunto de viviendas de la base de datos es 1500; entonces, la varianza de los precios para el conjunto de viviendas de la base de datos es:
* 198.000 * 200.000 * 20.000.000 * 398.000 * 24.300 * 224.300 * 19.800.000 * 6.000 * ninguna de las anteriores.

9) Los atributos A= Formación de los empleados y B= nivel salarial de los trabajadores de una empresa se recogen en la tabla:

A \ B	B ₁	B ₂	B ₃
A ₁	0	3	0
A ₂	4	0	0
A ₃	0	0	3

El coeficiente de contingencia χ^2 es: * 1 * 10 * 33 * 3'3 * 21'96 * 20 * 200 * ninguna de las anteriores.

10) En el departamento comercial de una gran cadena de franquicias se está considerando la posibilidad de entrar en el mercado de un país, para lo cual se ha simulado un escenario para estimar el número de puntos de venta (X_1) en función del precio de venta del artículo (X_2) y del número de unidades vendidas (X_3). Los coeficientes de correlación lineal total son: $r_{21}=0'9$, $r_{31}=-0'6$, $r_{23}=-0'7$. Entonces, la correlación entre X_1 y X_3 eliminando la influencia de X_2 es: * 0'31 * -0'31 * 0'10 * -0'10 * 0'6 * -0'6 * 0'05 * -0'05.

TEORÍA

[3 puntos] Ajuste de la función potencial.

PROBLEMAS

1) Según una empresa líder en el sector inmobiliario, el precio medio de la vivienda nueva en España (en euros por metro cuadrado) ha evolucionado de la forma siguiente: 31-12-2002→1371; 31-3-2003→1439'55; 30-6-2003→1497'132; 30-9-2003→1564'5029

- [1 punto] Estime la tasa de variación del precio medio de la vivienda nueva en España para el año 2003.
- [1 punto] Estime el precio medio de la vivienda nueva en España a 30-6-2004.

2) Se ha realizado un estudio sobre la concentración de la propiedad inmobiliaria en cierto municipio turístico, observándose el valor de la propiedad inmobiliaria (en cientos de miles de euros) que posee cada familia propietaria que reside en el mismo. Los datos se recogen en la tabla:

Valor de la propiedad inmobiliaria	Porcentaje de familias propietarias
1-3	80
3-5	15
5-11	5

Las familias se clasifican en pequeñas, medianas y grandes propietarias. Se consideran pequeñas propietarias al 35% de las que poseen menor valor de la propiedad inmobiliaria y grandes propietarias al 5% de las que poseen mayor valor de la propiedad inmobiliaria. El resto son medianas propietarias.

- [1 punto] Si las medianas decidieran agruparse para promover cierta iniciativa en el municipio ¿qué porcentaje del valor de la propiedad inmobiliaria del municipio poseerían?
- [1 punto] Calcule el valor de la propiedad inmobiliaria que posee el grupo de familias cuya propiedad inmobiliaria supera los 400.000 euros (exprese el resultado en euros; para ello, tenga en cuenta que el valor de la propiedad inmobiliaria total del conjunto de las familias residentes en el municipio asciende a 300 millones de euros).

3) [3 puntos] Cierto establecimiento comercial ha estado observando durante 20 semanas el número de veces que se emite una cuña radiofónica sobre un nuevo producto (X) y el número de unidades vendidas del mismo (Y), obteniendo estos datos:

X \ Y	0-4	4-16
0-12	5	0
12-18	6	4
18-22	0	5

Estime mediante una recta cuántas unidades se venderían durante una semana en la que se emitiera la cuña 23 veces.

APELLIDOS:

D.N.I.:

FIRMA:

NOMBRE:

GRUPO: A -- B -- C -- D

(rodée con un círculo su grupo)

LEA ATENTAMENTE ESTAS **INSTRUCCIONES**:

- Duración del examen: 2 horas y media.
- Cada pregunta tipo test vale 1 punto y 1 respuesta equivocada resta 0'25 puntos. Las preguntas tipo test dejadas en blanco no restan. Cada opción va precedida de un asterisco. Subraye completamente la opción elegida. Para anular una respuesta táchese ésta completamente.
- La puntuación de cada apartado de los problemas aparece indicada en ellos. Aunque la suma de todas las puntuaciones del examen sea 20, la calificación final se calcula sobre 10.
- No se puede desgrapar ninguna hoja del examen. Las operaciones en sucio también deben hacerse en el papel que se facilita, indicando en la parte superior de las páginas usadas para tal fin, "sucio".

PREGUNTAS TIPO TEST (Las respuestas se han redondeado a 2 decimales)

1) Una empresa del sector inmobiliario tiene dos filiales: Speculum y Pelotari. En Speculum el sueldo medio y la desviación típica de los sueldos son, respectivamente, 1200 euros y 48 euros. En Pelotari el sueldo medio y la desviación típica de los sueldos son, respectivamente, 1000 euros y 40 euros. Se decide subir el sueldo 52 euros en Speculum y un 30% en Pelotari. Entonces, los sueldos:

* antes y después de la subida son más homogéneos en Speculum * antes y después de la subida son más homogéneos en Pelotari

* antes de la subida eran más homogéneos en Pelotari pero después de la subida son más homogéneos en Speculum * antes de la subida eran igual de homogéneos en ambas filiales y después de la subida lo siguen siendo * antes de la subida eran igual de homogéneos en ambas filiales y después de la subida son más homogéneos en Speculum * antes de la subida eran igual de homogéneos en ambas filiales y después de la subida son más homogéneos en Pelotari * con estos datos no se puede comparar la homogeneidad en los sueldos.

2) En el transcurso de los últimos cinco años el precio medio de la vivienda en España se ha incrementado en un 90%, por lo que la tasa media de variación anual (expresada en %) ha sido: * 37'84 * 137'84 * 2'09 * 20'90 * 97'91 * 13'70 * 113'70 * 24'76

3) En los últimos meses un empresario español ha ido a Estados Unidos en tres ocasiones. En las dos primeras cambió euros por dólares a la par. La tercera vez cambió a 80 céntimos de euro por cada dólar. En las dos primeras ocasiones cambió la misma cantidad de euros y en la tercera cambió el doble de euros que en cada una de las dos primeras ocasiones. El precio medio (en céntimos de euro) al que ha pagado el dólar ha sido: * 0'01 * 30'77 * 66'67 * 46'15 * 100 * 88'89 * 61'54 * 90 * 93'33 * 70 * 87 * 91 * 98'89

4) Consideremos la variable X = beneficio obtenido por las empresas (en miles de euros). Se toma una muestra de 2000 empresas, cuyo beneficio medio es 170 y varianza de 9. El intervalo de beneficios, centrado en la media, que contiene los beneficios de al menos 1980 empresas es: * (161, 179) * (167, 173) * (80, 260) * (160, 180) * (165, 175) * (140, 200) * (164, 176) * (152, 188)

5) En una agencia inmobiliaria se clasifican las viviendas que tienen en su base de datos en tres tipologías constructivas: A, B y C. El porcentaje de viviendas de cada una de estas tipologías es, respectivamente: 60, 35 y 5. El precio medio (en euros por metro cuadrado) de cada una de estas tipologías es, respectivamente: 1200, 1800 y 3000. Las varianzas de los precios de cada una de estas tipologías coinciden, y son iguales a 200.000. El precio medio para el conjunto de viviendas de la base de datos es 1500; entonces, la varianza de los precios para el conjunto de viviendas de la base de datos es: * 398.000 * 198.000 * 200.000 * 20.000.000 * 24.300 * 224.300 * 19.800.000 * 6.000 * ninguna de las anteriores.

6) Dada la distribución de frecuencias bidimensional de la tabla adjunta, diremos que X e Y son estadísticamente independientes si el parámetro α toma el valor: * 200 * 110 * 0 * 1 * 7 * 90 * 24 * 20 * ninguna de las anteriores.

X \ Y	6	8
3	30	α
4	20	60

7) Los atributos A= Formación de los empleados y B= nivel salarial de los trabajadores de una empresa se recogen en la tabla:

A \ B	B ₁	B ₂	B ₃
A ₁	0	3	0
A ₂	4	0	0
A ₃	0	0	3

El coeficiente de contingencia χ^2 es * 21'96 * 20 * 200 * 1 * 10 * 33 * 3'3 * ninguna de las anteriores.

8) En el departamento comercial de una gran cadena de franquicias se está considerando la posibilidad de entrar en el mercado de un país, para lo cual se ha simulado un escenario para estimar el número de puntos de venta (X₁) en función del precio de venta del artículo (X₂) y del número de unidades vendidas (X₃). Los coeficientes de correlación lineal total son: r₂₁=0'9, r₃₁= - 0'6, r₂₃= - 0'7. Entonces, la correlación entre X₁ y X₃ eliminando la influencia de X₂ es: * 0'31 * - 0'31 * 0'6 * -0'6 * 0'10 * - 0'10 * 0'05 * -0'05.

9) Dadas las rectas de regresión 2x - y + 10 = 0; 4x - y + 2 = 0, entonces \bar{y} es: * -2 * 2 * 8 * -8 * -4 * 4 * 18 * -18 * ninguna de las anteriores.

10) Dadas las rectas de regresión 4x - 2y + 20 = 0 ; 12x - 3y + 30 = 0, el coeficiente de determinación de la recta Y/X es: * 0'50 * 0'71 * 0'20 * 0'25 * 0'40 * 0'01 * 0'07 * 0'02.

TEORÍA

[3 puntos] Ajuste de la función potencial.

PROBLEMAS

1) En cierto municipio turístico se ha realizado un estudio sobre la concentración de la propiedad inmobiliaria, observándose el valor de la propiedad inmobiliaria (en cientos de miles de euros) que posee cada familia propietaria que reside en el mismo. Los datos se recogen en la tabla:

Valor de la propiedad inmobiliaria	Porcentaje de familias propietarias
1-3	80
3-5	15
5-11	5

Las familias se clasifican en pequeñas, medianas y grandes propietarias. Se consideran pequeñas propietarias al 35% de las que poseen menor valor de la propiedad inmobiliaria y grandes propietarias al 5% de las que poseen mayor valor de la propiedad inmobiliaria. El resto son medianas propietarias.

- a) [1 punto] En el caso de que las medianas decidieran agruparse para promover cierta iniciativa en el municipio, calcule qué porcentaje del valor de la propiedad inmobiliaria del municipio poseerían.
b) [1 punto] Calcule el valor de la propiedad inmobiliaria que posee el grupo de familias cuya propiedad inmobiliaria supera los 400.000 euros (exprese el resultado en euros; para ello, tenga en cuenta que el valor de la propiedad inmobiliaria total del conjunto de las familias residentes en el municipio asciende a 300 millones de euros).

2) Los datos ofrecidos por una empresa líder en el sector inmobiliario indican que el precio medio de la vivienda nueva en España (en euros por metro cuadrado) ha evolucionado de la forma siguiente: 31-12-2002→1371; 31-3-2003→1439'55; 30-6-2003→1497'132; 30-9-2003→1564'5029

- a) [1 punto] Calcule la tasa de variación del precio medio de la vivienda nueva en España para el año 2003.
b) [1 punto] Calcule el precio medio de la vivienda nueva en España a 30-6-2004.

3) [3 puntos] Una empresa comercial ha estado observando durante 20 semanas el número de veces que se emite una cuña radiofónica sobre un nuevo producto (X) y el número de unidades vendidas del mismo (Y), obteniendo estos datos:

X \ Y	0-4	4-16
0-12	5	0
12-18	6	4
18-22	0	5

Mediante una recta estime cuántas unidades se venderían durante una semana en la que se emitiera la cuña 23 veces.

SOLUCIÓN DEL EXAMEN DE ANALISIS DESCRIPTIVO DE DATOS ECONOMICOS. 6-FEBRERO-2004
PREGUNTAS TIPO TEST

- 1) $(\bar{x} - kS, \bar{x} + kS)$; Proporción dentro del intervalo $\geq 1 - \frac{1}{k^2}$; $\frac{1980}{2000} = 0'99$; $1 - \frac{1}{k^2} = 0'99$; $k^2 = 100$; $k = 10$;
 $kS = 10 \cdot 3 = 30$; $(170 - 30, 170 + 30)$; $(140, 200)$

2) Tipo de cambio: € / \$

Tipo de cambio (x_i)	$\epsilon (e_i)$	e_i / x_i
100	k	$k/100$
100	k	$k/100$
80	$2k$	$2k/80$

$$e = 4k$$

$$H = \frac{e}{\sum_{i=1}^3 \frac{e_i}{x_i}} = \frac{4k}{\frac{k}{100} + \frac{k}{100} + \frac{2k}{80}} = \frac{4}{\frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{2}{80}} = \frac{4}{0'045} = 88'89$$

3)

$$P_0 \left| \begin{array}{c} TM \\ \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 1'9P_0 \\ \end{array} \right|$$

$$P_0 (1 + TM)^5 = 1'90 \cdot P_0; (1 + TM)^5 = 1'90; 1 + TM = \sqrt[5]{1'90}; TM = \sqrt[5]{1'90} - 1 = 0'1368745 \rightarrow 13'70\%$$

$$4) \text{ Antes: } \left. \begin{array}{l} \bar{x}_s = 1200 \\ S_s = 48 \end{array} \right\} CV_s = \frac{S_s}{\bar{x}_s} = \frac{48}{1200} = 0'04 \quad \left. \begin{array}{l} \bar{x}_p = 1000 \\ S_p = 40 \end{array} \right\} CV_p = \frac{S_p}{\bar{x}_p} = \frac{40}{1000} = 0'04 \text{ Igual de homogéneos}$$

$$\text{Después: } \left. \begin{array}{l} \bar{x}_s^* = 1252 \\ S_s^* = S_s = 48 \end{array} \right\} CV_s^* = \frac{S_s^*}{\bar{x}_s^*} = \frac{48}{1252} = 0'038 \quad \left. \begin{array}{l} \bar{x}_p^* = 1300 \\ S_p^* = 1'3 \cdot S_p = 52 \end{array} \right\} CV_p^* = \frac{S_p^*}{\bar{x}_p^*} = \frac{52}{1300} = 0'04 = CV_p$$

$(CV_s^* = 0'038) < (CV_p^* = 0'04)$ Más homogéneos en Speculum.

5)

X \ Y	6	8	$n_{i \bullet}$
3	30	a	$30+a$
4	20	60	80
$n_{\bullet j}$	50	$60+a$	$n = 110+a$

Para que sean independientes: $n_{ij} = \frac{n_{i \bullet} n_{\bullet j}}{n} \quad \forall i, j$

$$n_{11} = 30; \frac{n_{1 \bullet} n_{\bullet 1}}{n} = \frac{(30+a)50}{110+a}; 30 = \frac{(30+a)50}{110+a}; 3300 + 30a = 1500 + 50a; 20a = 1800; a = \frac{1800}{20} = 90$$

$$6) 4x - 2y + 20 = 0; y = 10 + 2x$$

$$12x - 3y + 30 = 0; x = 2'5 + 0'25y$$

$$R^2 = r^2 = b \cdot b' = 2 \cdot 0'25 = 0'5$$

7)

$$-4x + 2y - 20 = 0$$

$$\frac{4x - y + 2 = 0}{y - 18 = 0}; y = 18; \bar{y} = 18$$

$$8) S^2 = \frac{1}{n} (S_A^2 \cdot n_A + S_B^2 \cdot n_B + S_C^2 \cdot n_C) + \frac{1}{n} [(\bar{x}_A - \bar{x})^2 n_A + (\bar{x}_B - \bar{x})^2 n_B + (\bar{x}_C - \bar{x})^2 n_C] =$$

$$= 200.000 + \frac{1}{100} [(1200 - 1500)^2 60 + (1800 - 1500)^2 35 + (3000 - 1500)^2 5] = 200.000 + \frac{19.800.000}{100} = 398.000$$

9)

A \ B	B ₁	B ₂	B ₃	$n_{i \bullet}$
A ₁	0	3	0	3
A ₂	4	0	0	4
A ₃	0	0	3	3
$n_{\bullet j}$	4	3	3	$n = 10$

e_{ij}	B ₁	B ₂	B ₃
A ₁	1'2	0'9	0'9
A ₂	1'6	1'2	1'2
A ₃	1'2	0'9	0'9

$\frac{(e_{ij} - n_{ij})^2}{e_{ij}}$	B ₁	B ₂	B ₃
A ₁	1'2	4'9	0'9
A ₂	3'6	1'2	1'2
A ₃	1'2	0'9	4'9

$$e_{ij} = \frac{n_{i\bullet} n_{\bullet j}}{n}, \quad \chi^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^p \frac{(e_{ij} - n_{ij})^2}{e_{ij}} = 20$$

o bien: $\chi^2 = n \left[\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^p \frac{n_{ij}^2}{n_{i\bullet} n_{\bullet j}} - 1 \right] = 10 \left[\frac{9}{9} + \frac{16}{16} + \frac{9}{9} - 1 \right] = 20$

$$10) \quad \mathfrak{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0'9 & -0'6 \\ 0'9 & 1 & -0'7 \\ -0'6 & -0'7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_{13} = -0'03; \quad R_{11} = 0'51; \quad R_{33} = 0'19; \quad r_{13(2)} = \frac{-R_{13}}{\sqrt{R_{11} R_{33}}} = \frac{-(-0'03)}{\sqrt{0'51 \cdot 0'19}} = 0'1$$

PROBLEMAS

1) a)

31-12-02 31-3-03 30-6-03 30-9-03

| | | |
1371 1439'55 1497'132 1564'5029

$$1371(1 + TM_3)^3 = 1564'5029; \quad TM_3 = \sqrt[3]{\frac{1564'5029}{1371}} - 1 = 0'044992$$

o bien:

$$T_3(1) = \frac{1439'55}{1371} - 1 = 0'05; \quad T_3(2) = \frac{1497'132}{1439'55} - 1 = 0'04; \quad T_3(3) = \frac{1564'5029}{1564'5029} - 1 = 0'045$$

$$TM_3 = \sqrt[3]{(1 + 0'05)(1 + 0'04)(1 + 0'045)} - 1 = 0'044992$$

$$T_{12} = (1 + TM_3)^4 - 1 = (1 + 0'044992)^4 - 1 = 0'192482 \rightarrow 19'2482\%$$

$$b) \quad 1371(1 + TM_3)^6 = 1371(1 + 0'044992)^6 = 1785'317$$

$$\text{otra posibilidad: } 1564'5029(1 + TM_3)^3 = 1564'5029(1 + 0'044992)^3 = 1785'317$$

2)

Valor de la propiedad inmobiliaria X	Porcentaje de familias propietarias n_i	x_i	$x_i n_i$	N_i	u_i	p_i	q_i
1-3	80	2	160	80	160	80	61'54
3-5	15	4	60	95	220	95	84'62
5-11	5	8	40	100	260	100	100
$n=100$			260				

a)

$$0 \leftrightarrow 0$$

$$35 \leftrightarrow q_x; \quad \frac{80}{61'54} = \frac{35}{q_x}; \quad q_x = \frac{35}{80} 61'54 = 26'92$$

$$80 \leftrightarrow 61'54$$

Por otro lado, de la tabla se deduce: $p_i = 95 \leftrightarrow q_i = 84'62$

Finalmente: $84'62 - 26'92 = 57'70\%$

b)

$$3 \leftrightarrow 61'54$$

$$4 \leftrightarrow q_x ; \frac{5-3}{84'62-61'54} = \frac{4-3}{q_x - 61'54} ; \frac{2}{23'08} = \frac{1}{q_x - 61'54} ; 2(q_x - 61'54) = 23'08 ;$$

$$5 \leftrightarrow 84'62$$

$$q_x = 61'54 + \frac{1}{2} 23'08 = 61'54 + 11'54 = 73'08 ; \quad 100 - q_x = 100 - 73'08 = 26'92\%$$

o bien, teniendo en cuenta que 4 es el valor intermedio entre 3 y 5: $q_x = \frac{61'54 + 84'62}{2} = 73'08$

Valor de la propiedad inmobiliaria del grupo de familias $= \frac{26'92}{100} 300.000.000 = 80.760.000 (\text{euros})$

3)

		0-4	4-16				
X\Y		2	10	$n_{i\bullet}$	$x_i n_{i\bullet}$	$x_i^2 n_{i\bullet}$	$\sum_{j=1}^p y_j n_{ij}$
0-12	6	5	0	5	30	180	10
12-18	15	6	4	10	150	2250	52
18-22	20	0	5	5	100	2000	50
$n_{\bullet j}$		11	9	20	280	4430	112
$y_j n_{\bullet j}$		22	90	112			
$y_j^2 n_{\bullet j}$		44	900	944			
$\sum_{i=1}^k x_i n_{ij}$		120	160	280			
$y_j \sum_{i=1}^k x_i n_{ij}$		240	1600	1840			

$$y = a + bx$$

$$b = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{13'6}{25'5} = 0'53$$

$$S_{xy} = a_{11} - a_{10}a_{01} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^p x_i y_j n_{ij} - \bar{x}\bar{y} = 92 - 14 \cdot 5'6 = 13'6$$

$$a_{11} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^p x_i y_j n_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^k x_i y_j n_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^p y_j \sum_{i=1}^k x_i n_{ij} = \frac{1}{20} 1840 = 92$$

$$a_{10} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_{i\bullet} = \frac{1}{20} 280 = 14$$

$$a_{01} = \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^p y_j n_{\bullet j} = \frac{1}{20} 112 = 5'6$$

$$S_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i^2 n_{i\bullet} - \bar{x}^2 = \frac{1}{20} 4430 - (14)^2 = 25'5$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 5'6 - 0'53 \cdot 14 = -1'86$$

$$y = -1'86 + 0'53x$$

$$\hat{y}_{x=23} = -1'86 + 0'53 \cdot 23 = 10'4$$

o bien:

$$(y - \bar{y}) = \frac{S_{xy}}{S_x^2} (x - \bar{x}); \quad (y - 5'6) = \frac{13'6}{25'5} (x - 14); \quad y = 0'53x - 7'46 + 5'6; \quad y = -1'86 + 0'53x$$