DIPLOMATURA EN CIENCIAS EMPRESARIALES. 9-FEBRERO-2001
EXAMEN FINAL DE ANALISIS DESCRIPTIVO DE DATOS ECONOMICOS.

APELLIDOS: NOMBRE:
D.N.I.: FIRMA: GRUPO: A -- B -- C -- D

(rodee con un círculo su grupo)

**ME EXAMINO DE**: TODO SOLO 2º PARCIAL
(rodee con un círculo su caso)

LEA ATENTAMENTE ESTAS ***INSTRUCCIONES:***

- Los alumnos que no aprobaron el primer parcial y, por tanto, se examinan de toda la asignatura, deben responder a todos los apartados. Tienen 2 horas y media para ello.
- Los alumnos que aprobaron el primer parcial sólo deben responder los apartados marcados con [2º parcial]. Tienen 1 hora y media para ello.
- En cada apartado figura su puntuación (aunque la suma de todas las puntuaciones sea mayor que 10, la calificación final del examen se calcula sobre 10).
- En las preguntas tipo test, 3 respuestas equivocadas restan 1 punto (1 respuesta equivocada resta 1/3 de punto). Las preguntas tipo test dejadas en blanco no restan.
- No hay más papel para responder que el que se entrega grapado, salvo causas justificadas (inundacion,...). No se puede desgrapar ninguna hoja del examen. Las operaciones en sucio también deben hacerse en el papel que se facilita, indicando en la parte superior de las páginas usadas para tal fin, "sucio".

1) [1º parcial] El precio medio de la vivienda nueva en Granada capital (en miles de pesetas por metro cuadrado construido) evolucionó así durante los tres primeros trimestres de 1999:
1-enero→155’7; 31-marzo→160’4; 30-junio→165’0; 30-septiembre→166’9 (Fuente: “Boletín de Coyuntura Inmobiliaria”). Si continúan los precios a este ritmo de crecimiento:
A) (1 punto) ¿Cuál será la tasa de variación anual equivalente?
B) (1 punto) Estime cuál sería el precio medio de la vivienda al final del año 2001.

2) En un estudio sobre el consumo de un producto por parte de las familias de una región, se han observado las siguientes variables estadísticas: X = número de miembros de la familia; Y = consumo mensual del producto (en euros). Los datos obtenidos sobre 20 familias han sido:

| X \ Y | 0-4 | 4-16 | 16-24 |
|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 2 | 0 |
| 3 | 2 | 3 | 1 |
| 4 | 1 | 0 | 3 |
| 5 | 0 | 1 | 4 |

A) [1º parcial] (1 punto) ¿Qué cifra de consumo es superada por el 20% de las familias con mayor consumo?
B) [1º parcial] (1 punto) Calcule el coeficiente de asimetría de Fisher sobre el consumo para las familias que gastan una cantidad menor o igual a 16 euros.
C) [2º parcial] (1 punto) Calcule el coeficiente de contingencia $\chi^2$.
D) [2º parcial] (2 puntos) Mediante el ajuste de una recta, estime el consumo mensual de una familia con 6 miembros.

3) [2º parcial] (2 puntos) Demuestre la relación entre los momentos centrados de la variable (X, Y) y los momentos de la variable (X’, Y’), obtenida a partir de (X, Y) mediante un cambio de origen y escala.

4) [2º parcial] En los últimos cuatro años las ventas de una empresa ($X_1$, en millones de euros), los gastos en incentivos para el personal ($X_2$, en millones de euros) y el precio de venta del producto ($X_3$, en miles de euros) han sido tales que:
$\overline{X}_1$= 25; $\overline{X}_2$= 2’5; $\overline{X}_3$= 6’5; $S_1^2$= 517; $S_2^2$= 1’25; $S_3^2$= 8’75; $S_{12}$=24’5; $S_{31}$= - 66’5; $S_{32}$= - 3’25
A) (1’5 puntos) Prediga las ventas en un año en el que se invirtieran 5 millones en incentivos para el personal y el precio de venta del producto fuera de 7000 euros.

B) (1’5 puntos) Compare la fiabilidad de las siguientes predicciones, ordenándolas de mayor a menor fiabilidad (justifique cuantitativamente su respuesta):

- Predicción de las ventas en función de los incentivos al personal, mediante el ajuste de una recta.
- Predicción de las ventas en función del precio, mediante el ajuste de una recta.
- Predicción de las ventas obtenida en el apartado A).

PREGUNTAS TIPO TEST

Subraye completamente la opción que considere correcta. Cada opción va precedida de un *. Si desea anular una respuesta, tache la opción subrayada.

**[1º parcial]:**

•Durante la primera mitad del año la tasa media de variación trimestral de una variable ha sido del 15%. Si el valor de la variable a comienzos del año era de 1050, al final del primer semestre será de: *1207’5 *1388’625 *1836’457 *1596’919.

•El peso medio de los 2000 jóvenes de un municipio es de 60 kilos y la desviación típica de 3 kilos. Entonces, el número de jóvenes cuyo peso se encuentra entre 54 y 66 kilos es: *mayor o igual a 1500 *menor o igual a 500 *menor o igual a 1500 *menor o igual a 1000.

•Una variable ha presentado en dos momentos consecutivos los siguientes valores: 1º→500; 2º→450. Entonces, el factor de variación unitaria es: *1’111 *-0’1 *0’9 *1’9.

•En una empresa el 35% de los trabajadores tiene una edad mayor o igual a 50 años. El sueldo medio de estos trabajadores es de 1080 euros. El sueldo medio para el conjunto de los trabajadores de la empresa es de 898 euros. Entonces, el sueldo medio de los trabajadores con menos de 50 años es: *702 *800 *520 *378.

•Sea una variable con las siguientes características: $\overline{x}=1$, $S^2=1$, $a_3=3'4$. Entonces el coeficiente de asimetría de Fisher es: * -0’6 *11’4 *3’4 *ninguna de las anteriores.

**[2º parcial]:**

•En una empresa los empleados se clasifican en 3 categorías: A, B y C. Los salarios medios (en euros) de cada una de ellas son, respectivamente: 1000, 900 y 1100. Las desviaciones típicas respectivas son: 50, 20 y 100. El número de empleados de cada categoría es, respectivamente: 10, 30 y 10. Entonces, la desviación típica de los salarios para el conjunto de la empresa es: *95’603 *80’262 *52’345 *42.

•Sea una distribución tridimensional ($X_1$, $X_2$, $X_3$) en la que $L_{11}$=3’248; $L_{21}$= - 971’626; $L_{31}$= 957’576; $L_{22}$= 300750’95; $L_{23}$= 277519’64; $L_{33}$= 437484’56. Entonces, $r_{1,2(3)}$ es: *- 0’983 * 0’983 *0’815 * ninguna de las anteriores.

•Una variable estadística bidimensional tiene las siguientes rectas de regresión mínimo cuadráticas: Y/X→y = 8308-1’1774x    X/Y→x = 3819’12-0’06742y. Entonces, el centro de gravedad de la nube de puntos es: *(3819’12, 8308) *(8308, 3819’12) *(3540, 4140) *(0, 8308).

•La varianza marginal de Y es: $*\,S_y^2=\sum_{j=1}^{p}S_j^2(x)\ f_{\bullet j}+\sum_{j=1}^{p}(\overline{y}_j-\overline{y})^2\ f_{\bullet j}$

$*\,S_y^2=\sum_{i=1}^{k}S_i^2(y)\ f_{i\bullet}+\sum_{i=1}^{k}(\overline{y}_i-\overline{y})^2\ f_{i\bullet}$ $*\,S_y^2=\sum_{j=1}^{p}(y_j-\overline{y}_i)^2\ f_{i/j}$ *ninguna de las anteriores.

•¿Cuál de estas expresiones es falsa?: *$-S_y S_x \le S_{xy}$ *$S_{xy} \le S_y S_x$ *$S_{xy} \le -S_y S_x$ * $-S_{xy} \le S_x S_y$

SOLUCIONES

1) A)

$$T_3(1)=\frac{160'4}{155'7}-1=0'030186255$$

$$T_3(2)=\frac{165'0}{160'4}-1=0'028678304$$

$$T_3(3)=\frac{166'9}{165'0}-1=0'0115151$$

$$TM_3 = \sqrt[3]{(1+0'030186255)(1+0'028678304)(1+0'0115151)} - 1 = 0'023424731$$

$$T_{12} = (1+TM_3)^4 - 1 = (1+0'023424731)^4 - 1 = 0'097042951 \rightarrow 9'7042951\%$$

Otra opción:

$$T_9 = \frac{166'9}{155'7} - 1 = 0'0719332$$

$$T_{12} = (1+T_9)^{12/9} - 1 = (1+0'0719332)^{12/9} - 1 = 0'097042951 \rightarrow 9'7042951\%$$

B)

$$Y_F = Y_0(1+T_{12})^3 = 155'7(1+0'097042951)^3 = 205'5699$$

0tra opción:

$$Y_F = Y_0(1+TM_3)^{12} = 155'7(1+0'023424731)^{12} = 205'5699$$

2)

| | 0-4 | 4-16 | 16-24 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X\Y | 2 | 10 | 20 | $n_{i\bullet}$ | $x_i n_{i\bullet}$ | $x_i^2 n_{i\bullet}$ | $\sum_{j=1}^{p} y_j n_{ij}$ | $x_i \sum_{j=1}^{p} y_j n_{ij}$ |
| 2 | 3 | 2 | 0 | 5 | 10 | 20 | 26 | 52 |
| 3 | 2 | 3 | 1 | 6 | 18 | 54 | 54 | 162 |
| 4 | 1 | 0 | 3 | 4 | 16 | 64 | 62 | 248 |
| 5 | 0 | 1 | 4 | 5 | 25 | 125 | 90 | 450 |
| $n_{\bullet j}$ | 6 | 6 | 8 | $n$=20 | 69 | 263 | | 912 |
| $y_j n_{\bullet j}$ | 12 | 60 | 160 | 232 | | | | |
| $y_j^2 n_{\bullet j}$ | 24 | 600 | 3200 | 3824 | | | | |
| $\sum_{i=1}^{k} x_i n_{ij}$ | 16 | 18 | 35 | | | | | |
| $y_j \sum_{i=1}^{k} x_i n_{ij}$ | 32 | 180 | 700 | 912 | | | | |

A)

| Y | $y_j$ | $n_{\bullet j}$ | $N_{\bullet j}$ | $p_{\bullet j}$ |
|---|---|---|---|---|
| 0-4 | 2 | 6 | 6 | 30 |
| 4-16 | 10 | 6 | 12 | 60 |
| 14-24 | 20 | 8 | 20 | 100 |
| | | $n$=20 | | |

16 ----------- 60

x ----------- 80

24 ----------- 100

$$x = 16 + \frac{20}{40}8 = 16 + 4 = 20$$

B)

| $x_i$ | $n_i$ | $x_i n_i$ | $x_i^2 n_i$ | $x_i^3 n_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 5 | 10 | 20 | 40 |
| 3 | 5 | 15 | 45 | 135 |
| 4 | 1 | 4 | 16 | 64 |
| 5 | 1 | 5 | 25 | 125 |
| | 12 | 34 | 106 | 364 |

$g_1 = \frac{m_3}{S^3} = \frac{0'733}{(0'898)^3} = 1'012 > 0$ Asimetría a la derecha

$m_3 = a_3 - 3a_1a_2 + 2a_1^3 = 30'33 - 3 \cdot 2'833 \cdot 8'833 + 2(2'8333)^3 = 0'733$

$a_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = \frac{1}{12}34 = 2'833$

$a_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^2 n_i = \frac{1}{12}106 = 8'833$

$a_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^3 n_i = \frac{1}{12}364 = 30'333$

$s^2 = a_2 - a_1^2 = 8'833 - (2'833)^2 = 0'807111;\ S = 0'898$

C)

| $e_{ij}$ | 0-4 | 4-16 | 16-24 |
|---|---|---|---|
| 2 | 1’5 | 1’5 | 2 |
| 3 | 1’8 | 1’8 | 2’4 |
| 4 | 1’2 | 1’2 | 1’6 |
| 5 | 1’5 | 1’5 | 2 |

| $(e_{ij} - n_{ij})^2 / e_{ij}$ | 0-4 | 4-16 | 16-24 |
|---|---|---|---|
| 2 | 1’5 | 0’167 | 2 |
| 3 | 0’022 | 0’8 | 0’817 |
| 4 | 0’033 | 1’2 | 1’225 |
| 5 | 1’5 | 0’167 | 2 |

$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{p}\frac{(e_{ij} - n_{ij})^2}{e_{ij}} = 11'431$

D) $y = a + bx$

$b = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{5'58}{1'2475} = 4'473$

$S_{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{p} x_i y_j n_{ij} - \overline{xy} = \frac{1}{20}912 - 3'45 \cdot 11'6 = 5'58$

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_{i\bullet} = \frac{1}{20}69 = 3'45$

$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} y_j n_{\bullet j} = \frac{1}{20}232 = 11'6$

$S_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^2 n_{i\bullet} - \bar{x}^2 = \frac{1}{20}263 - (3'45)^2 = 1'2475$

$a = \bar{y} - b\bar{x} = 11'6 - 4'473 \cdot 3'45 = -3'83185$
$y = -3'83185 + 4'473x$
$\hat{y}_{/x=6} = -3'83185 + 4'473 \cdot 6 = 23'0061$

3) Demostración en páginas 179-180 del libro "Curso Básico de Estadística Descriptiva y Probabilidad".

4) A) $X_1/X_2, X_3$ : $\quad L_{11}(x_1 - \bar{x}_1) + L_{12}(x_2 - \bar{x}_2) + L_{13}(x_3 - \bar{x}_3) = 0$

$$L = \begin{pmatrix} 517 & 24'5 & -66'5 \\ 24'5 & 1'25 & -3'25 \\ -66'5 & -3'25 & 8'75 \end{pmatrix}$$

$L_{11} = 0'375; \quad L_{12} = 1'75; \quad L_{13} = 3'5$
$0'375(x_1 - 25) + 1'75(x_2 - 2'5) + 3'5(x_3 - 6'5) = 0$
$x_1 = -4'667x_2 - 9'333x_3 + 97'333$
$\hat{x}_{1/x_2=5;x_3=7} = -4'667 \cdot 5 - 9'333 \cdot 7 + 97'333 = 8'667$

B) Bondad del ajuste de la recta $X_1 / X_2$:

$$R^2_{\substack{recta\\X_1/X_2}} = r^2_{12} = \left(\frac{S_{12}}{S_1 S_2}\right)^2 = \left(\frac{24'5}{\sqrt{517}\sqrt{1'25}}\right)^2 = 0'9288$$

Bondad del ajuste de la recta $X_1 / X_3$:

$$R^2_{\substack{recta\\X_1/X_3}} = r^2_{13} = \left(\frac{S_{13}}{S_1 S_3}\right)^2 = \left(\frac{-66'5}{\sqrt{517}\sqrt{8'75}}\right)^2 = 0'9776$$

Bondad del ajuste del plano $X_1 / X_2, X_3$:

$$R^2_{1/2,3} = 1 - \frac{S^2_{r1/2,3}}{S^2_1} = 1 - \frac{10'667}{517} = 0'979368$$

$$S^2_{r1/2,3} = \frac{L}{L_{11}} = \frac{4}{0'375} = 10'667$$

$L = 16244'8125 - 16240'8125 = 4$

Las predicciones de mayor fiabilidad las proporciona el plano $X_1 / X_2, X_3$, seguidas por las de la recta $X_1 / X_3$, y, finalmente, las de la recta $X_1 / X_2$.

SOLUCIONES DE LAS PREGUNTAS TIPO TEST
PRIMER PARCIAL

1) $TM_3 = 0'15$ ; $Y_0 = 1050$ ; $Y_F = Y_0(1 + TM_3)^2 = 1050(1 + 0'15)^2 = 1388'625$

2) $(54,66) \equiv (60 - 2 \cdot 3, 60 + 2 \cdot 3) \equiv (\bar{x} - k \cdot S, \bar{x} + k \cdot S) \rightarrow k = 2$

Proporción dentro del intervalo $\geq 1 - \frac{1}{k^2} = 0'75;\ 0'75 \cdot 2000 = 1500$

Individuos dentro del intervalo $\geq 1500$

3) $Y_{t-1} = 500; \quad Y_t = 450; \quad 1 + T_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} = \frac{450}{500} = 0'9$

4) $0'35 \cdot 1080 + 0'65x = 898 \rightarrow x = \dfrac{898 - 0'35 \cdot 1080}{0'65} = 800$

5) $\bar{x} = 1;\ \ S^2 = 1;\ \ a_3 = 3'4;\ \ S^2 = a_2 - a_1^2;\ \ a_2 = S^2 + a_1^2 = 1 + 1^2 = 2;$

$m_3 = a_3 - 3a_1a_2 + 2a_1^3 = 3'4 - 3 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1^3 = -0'6;\ \ g_1 = \dfrac{m_3}{S^3} = \dfrac{-0'6}{1} = -0'6$

SEGUNDO PARCIAL

1) $\bar{x} = \dfrac{1000 \cdot 10 + 900 \cdot 30 + 1100 \cdot 10}{50} = 960$

$S^2 = \dfrac{50^2 \cdot 10 + 20^2 \cdot 30 + 100^2 \cdot 10}{50} +$

$+ \dfrac{(1000 - 960)^2 \cdot 10 + (900 - 960)^2 \cdot 30 + (1100 - 960)^2 \cdot 10}{50} = 95'603$

2) $r_{1,2(3)} = \dfrac{-L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}} = \dfrac{-(-971'626)}{\sqrt{3'248 \cdot 300750'95}} = 0'983$

3) recta $Y/X \rightarrow y = 8308 - 1'1774x;\ \ y = 8308 - 1'1774 \cdot 3540 = 4140$

El punto (3540, 4140) satisface la ecuación de la recta *Y/X*

recta $X/Y \rightarrow x = 3819'12 - 0'06742y;\ \ x = 3819'12 - 0'06742 \cdot 4140 = 3540$

El punto (3540, 4140) satisface la ecuación de la recta *X/Y*

Ambas rectas se cruzan en el centro de gravedad: (3540, 4140)

4) $S_y^2 = \sum_{i=1}^{k} S_i^2(y) f_{i\bullet} + \sum_{i=1}^{k} (\bar{y}_i - \bar{y}) f_{i\bullet}$

5) $S_{xy} \leq -S_y S_x \rightarrow \dfrac{S_{xy}}{S_y S_x} \leq 1 \rightarrow r \leq -1$ es falso