

Un algoritmo de muestreo exacto para BRDFs arbitrarias

Rosana Montes, Carlos Ureña, Miguel Lastra y Rubén García

Dpto. Lenguajes y Sistemas Informáticos
E.T.S. Ingeniería Informática y de Telecomunicación
Universidad de Granada

5 de Septiembre de 2008



1 Introducción

- Aplicaciones de la Iluminación Global
- Definición y clasificación de la BRDF
- Motivación

2 El método de Monte Carlo

- El estimador básico de Monte Carlo
- Características
- Muestreo por importancias

3 Muestreo adaptativo de la BRDF

- La estructura de datos
- Muestreo adaptativo en el disco unidad
- Optimizaciones

4 Resultados

5 Trabajos futuros

- Los gráficos por ordenador cada vez son más realistas.
- Se utilizan materiales o funciones BRDFs, que hacen que el resultado sea indistinguible de la realidad.
- Los modelos de reflexión complejos son difíciles de usar en los sistemas de rendering.



- Los gráficos por ordenador cada vez son más realistas.
- Se utilizan materiales o funciones BRDFs, que hacen que el resultado sea indistinguible de la realidad.
- Los modelos de reflexión complejos son difíciles de usar en los sistemas de rendering.



- Los gráficos por ordenador cada vez son más realistas.
- Se utilizan materiales o funciones BRDFs, que hacen que el resultado sea indistinguible de la realidad.
- Los modelos de reflexión complejos son difíciles de usar en los sistemas de rendering.



Bidirectional Reflectance Distribution Function

- Describe la relación entre la radiancia incidente y saliente en un punto de la superficie.
- Toma valores entre $[0, \infty)$ (*estereoradián* a la inversa).
- Físicamente plausible si es simétrica y conserva la energía:

$$f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = f_r(\mathbf{v}, \mathbf{u}) \quad \int_{\Omega} f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \cos(\mathbf{v}) d\sigma(\mathbf{v}) \leq 1$$



SEE A
DEMO

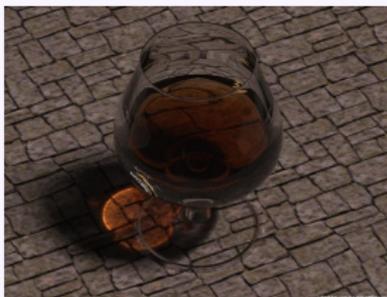
Existen varios modelos de BRDF en Informática Gráfica:

- **Físicos** Se basan en las propiedades ópticas de los materiales, y en las leyes físicas del transporte de la luz. Utilizan parámetros que no son intuitivos ni fáciles de dar.
- **Aproximados** Utilizan una formulación simple con pocos parámetros. Cálculos rápidos y con resultados visuales aceptables.
- **Experimentales** Utilizan una formulación analítica para representar un conjunto de datos procedentes de mediciones reales.

Problema

No todas las funciones BRDFs cuentan con un método de muestreo aplicable para los algoritmos de cálculo de la radiancia basados en Monte Carlo.

Photon Mapping



Problema

No todas las funciones BRDFs cuentan con un método de muestreo aplicable para los algoritmos de cálculo de la radiancia basados en Monte Carlo.

Ray Tracing recursivo



Problema

No todas las funciones BRDFs cuentan con un método de muestreo aplicable para los algoritmos de cálculo de la radiancia basados en Monte Carlo.

Path Tracing



Método de muestreo general para BRDFs aplicable en técnicas basadas en Monte Carlo:

- independiente del modelo de BRDF y de cómo se represente,
- de varianza reducida

Lo comparamos favorablemente con técnicas generales de muestreo:

- **Lóbulo Coseno** LAFORTUNE & WILLEMS: Using the Modified Phong Reflectance Model for Physically Based Rendering (1994).
- **Factorización de la BRDF** LAWRENCE et al.: Efficient importance sampling using a factored representation (2004).
- **CDFs Adaptativas** LAWRENCE et al.: Adaptive numerical cumulative distribution functions for efficient importance sampling (2005).

La ecuación de reflexión

De la definición de la BRDF y la relación entre irradiancia y radiancia, tenemos:

$$L_r(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}) L_i(\mathbf{v}) \cos(\theta) d\sigma(\mathbf{v})$$

Naive Monte-Carlo

$$L_r(\mathbf{u}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}_i) L_i(\mathbf{v}_i) \cos(\theta_i) \text{ con } \mathbf{v}_i \sim U(\Omega)$$

La ecuación de reflexión

De la definición de la BRDF y la relación entre irradiancia y radiancia, tenemos:

$$L_r(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}) L_i(\mathbf{v}) \cos(\mathbf{v}) d\sigma(\mathbf{v})$$

Naive Monte-Carlo

$$L_r(\mathbf{u}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}) L_i(\mathbf{v}) \cos(\mathbf{v}) \text{ con } \mathbf{v} \sim U(0, 1)$$

El muestreo uniforme produce ruido en la imagen

Características del estimador de Monte Carlo

- Al aumentar el número de muestras $N \rightarrow \infty$ el error disminuye.
- Converge lentamente $O(1/\sqrt{N})$.
- Es necesario $4N$ muestras para disminuir a la mitad el error.



5² aleatorios
uniformes

Características del estimador de Monte Carlo

- Al aumentar el número de muestras $N \rightarrow \infty$ el error disminuye.
- Converge lentamente $O(1/\sqrt{N})$.
- Es necesario $4N$ muestras para disminuir a la mitad el error.



5^2 aleatorios
uniformes



10^2 aleatorios
uniformes

Características del estimador de Monte Carlo

- Al aumentar el número de muestras $N \rightarrow \infty$ el error disminuye.
- Converge lentamente $O(1/\sqrt{N})$.
- Es necesario $4N$ muestras para disminuir a la mitad el error.



5^2 aleatorios
uniformes



10^2 aleatorios
uniformes



10^2 aleatorios
adaptativos



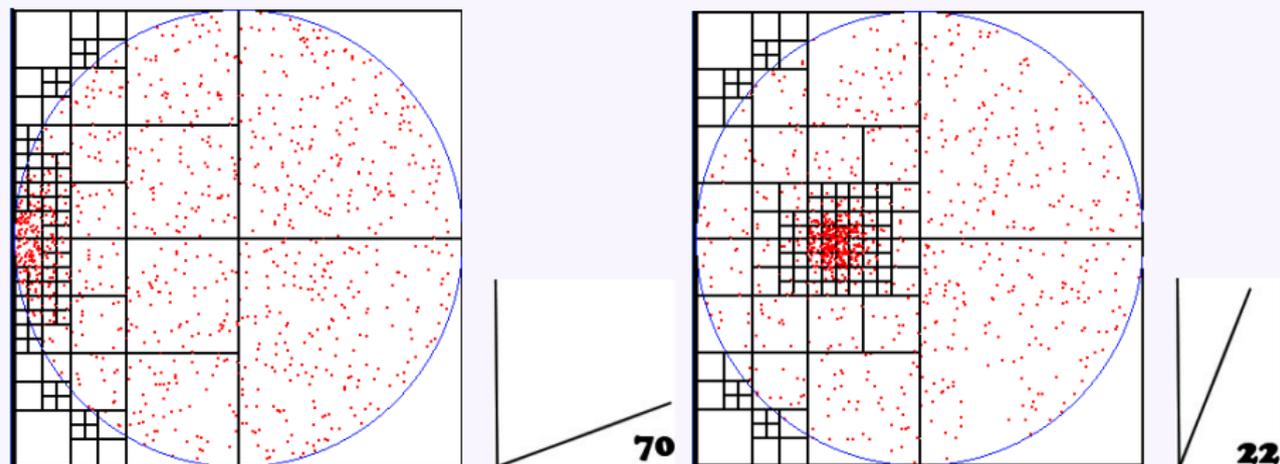
Integrando con respecto al ángulo sólido

$$L_r(\mathbf{u}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}) L_i(\mathbf{v}) \cos(\mathbf{v})}{p_{\mathbf{u}}(\mathbf{v})} \text{ con } \mathbf{v} \sim p_{\mathbf{u}}$$

Integrando con respecto al ángulo sólido proyectado

$$L_r(\mathbf{u}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}) L_i(\mathbf{v})}{q_{\mathbf{u}}(\mathbf{v})} \text{ con } \mathbf{v} \sim q_{\mathbf{u}}$$

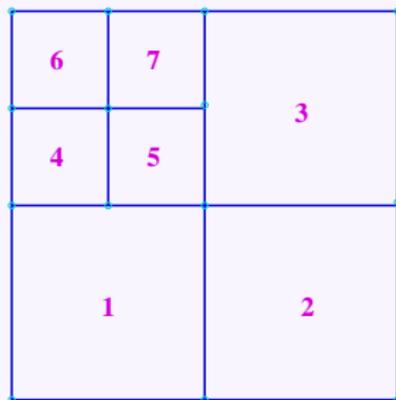
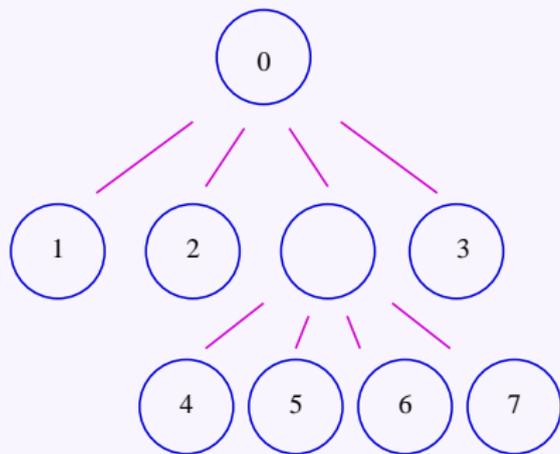
Muestreo adaptativo de la BRDF



Beneficio

La densidad de los valores aleatorios obtenidos es **exactamente** proporcional al valor de la BRDF

La estructura de datos



Para cada nodo i

$$I_i = \int_{x,y \in R_i} f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}_{xy}) dx dy$$

$$V_i = \int_{x,y \in R_i} \bar{f}_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}_{xy}) dx dy = size_i^2 \times M_i$$

$$M_i \stackrel{\text{def}}{=} \max_{(x,y) \in R_i} \{f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}_{xy})\}$$

Para cada nodo i

$$I_i = \int_{x,y \in R_i} f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}_{xy}) dx dy$$

$$V_i = \int_{x,y \in R_i} \bar{f}_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}_{xy}) dx dy = size_i^2 \times M_i$$

$$M_i \stackrel{\text{def}}{=} \max_{(x,y) \in R_i} \{f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}_{xy})\}$$

$$P_{\mathbf{u}}(R_i) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{I_i}{I_0} \quad q_{\mathbf{u}}(\mathbf{s}_{xy}^i) = P_{\mathbf{u}}(\mathbf{s}_{xy}^i) * P_{\mathbf{u}}(R_i)$$

Para cada nodo i

$$I_i = \int_{x,y \in R_i} f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}_{xy}) dx dy$$

$$V_i = \int_{x,y \in R_i} \bar{f}_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}_{xy}) dx dy = size_i^2 \times M_i$$

$$M_i \stackrel{\text{def}}{=} \max_{(x,y) \in R_i} \{f_r(\mathbf{u}, \mathbf{v}_{xy})\}$$

Garantizamos:

$$n_{max} \frac{I_i}{V_i} \geq 1$$

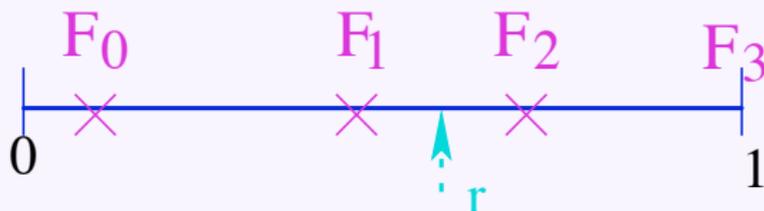
Muestreo de una dirección

Paso 1

Recorrer el quadtree y seleccionar nodo i

Desde el nodo raíz hasta un nodo hoja. Para cada nodo no-hoja:

- 1 Calcular la *Cumulative Distribution Function*, $F(R_j)$, de los nodos hijos.
- 2 Obtener un valor aleatorio r en $[0, 1)$.
- 3 Si $F(R_{j-1}) < r \leq F(R_j)$ entonces descender por el hijo- j .



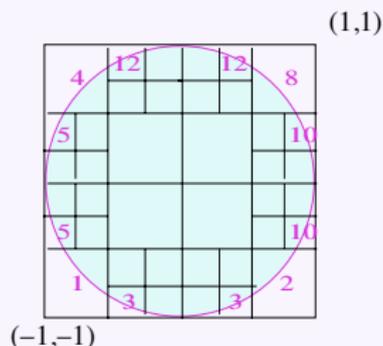
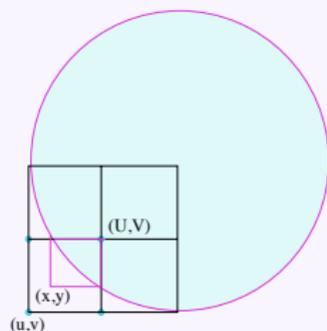
Muestreo de una dirección

Paso 2

Ajustar el dominio de la región

Dado $R_i = [u_i, v_i] \times [u_i + size_i, v_i + size_i]$:

- Calcular las 4 distancias al centro
- Calcular los tests de inclusion y obtener un valor binario $b_0b_1b_2b_3$
- Actualizar la región según el código anterior



Paso 3

Realizar Muestreo por Rechazo en R_i

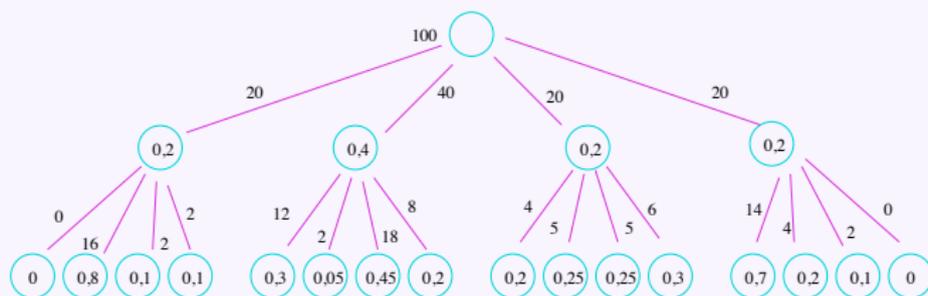
Usando la región óptima:

- 1 Obtener un punto aleatorio $\mathbf{s}_{xy} \stackrel{\text{def}}{=} (x_s, y_s)$ en $[x, y] \times (U, V)$
- 2 Obtener un valor aleatorio z en $[0, M_i]$
- 3 Calcular $f_r(\mathbf{u}, \mathbf{s}_{xy})$
- 4 Rechazar y repetir mientras $f_r \leq z$
- 5 Reproyectar \mathbf{s}_{xy} y obtener $\mathbf{s} \in \Omega$:

$$(x_s, y_s) \in \mathcal{D}^2 \iff \left(x_s, y_s, \sqrt{x_s^2 + y_s^2} \right) \in \Omega$$

Muestreo de N-direcciones

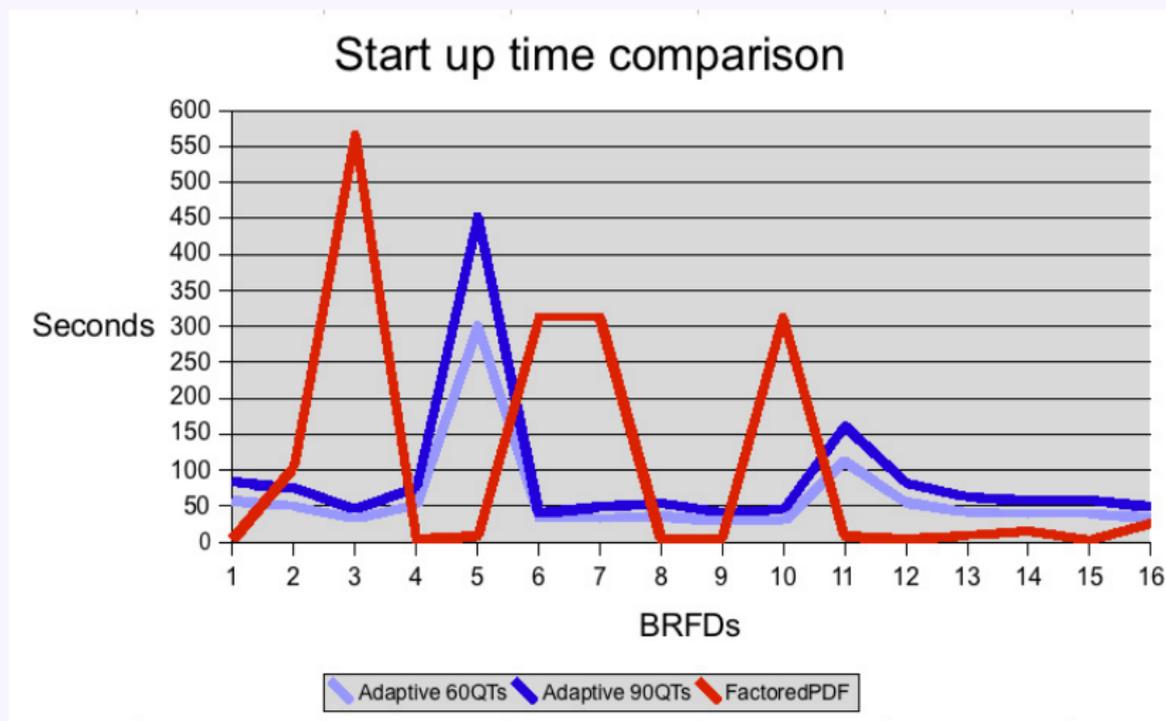
- 1 Obtener N muestras en una única llamada
- 2 Dividimos N utilizando la *CDF* de los nodos hijos

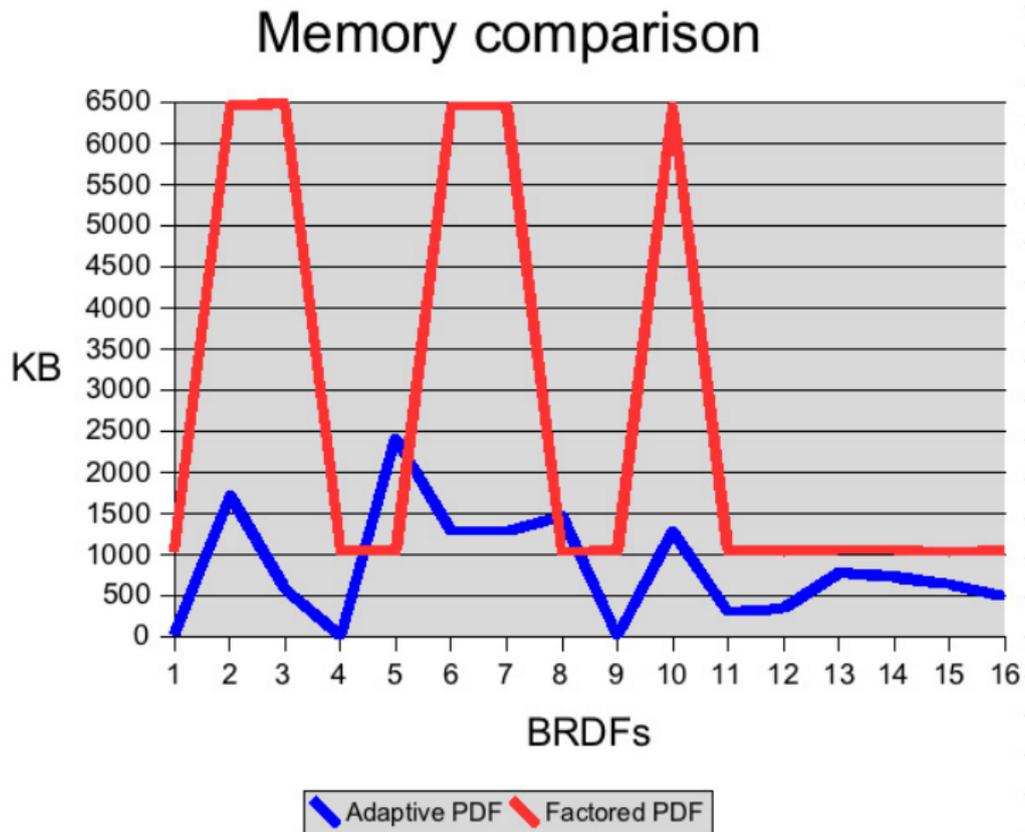


Precalcular los *quadtrees*

- 1 Se debe proporcionar la PDF $q_{\mathbf{u}} \propto f_r(\mathbf{u}, \cdot)$ para cualquier \mathbf{u}
- 2 Para BRDFs isótropas es posible generar valores discretos de \mathbf{u} sólo en $\theta_{\mathbf{u}}$ considerando el plano incidente con $\phi_{\mathbf{u}} = 0$

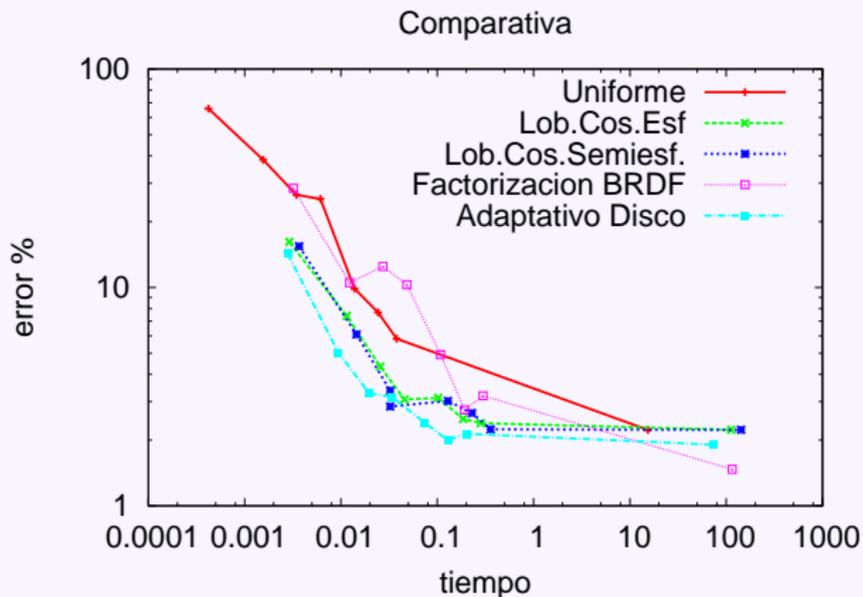
El costo del precálculo





Comparativa tiempo vs. error

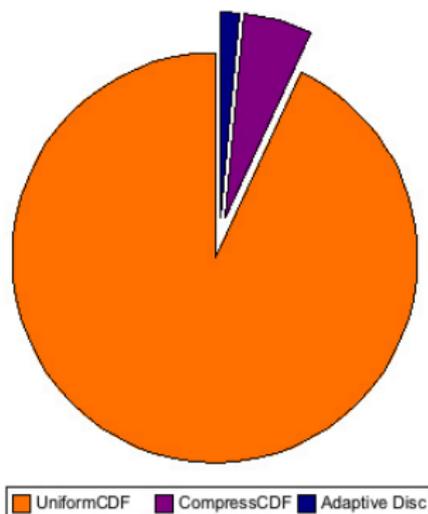
Muestreo adaptativo vs. muestreo directo y general



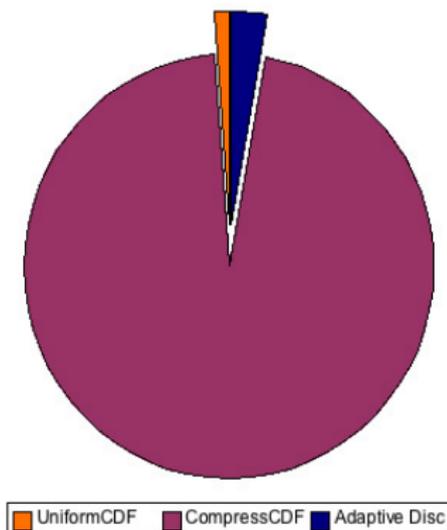
Muestreo de datos adquiridos

Merl BRDF Database

Memory (MB)

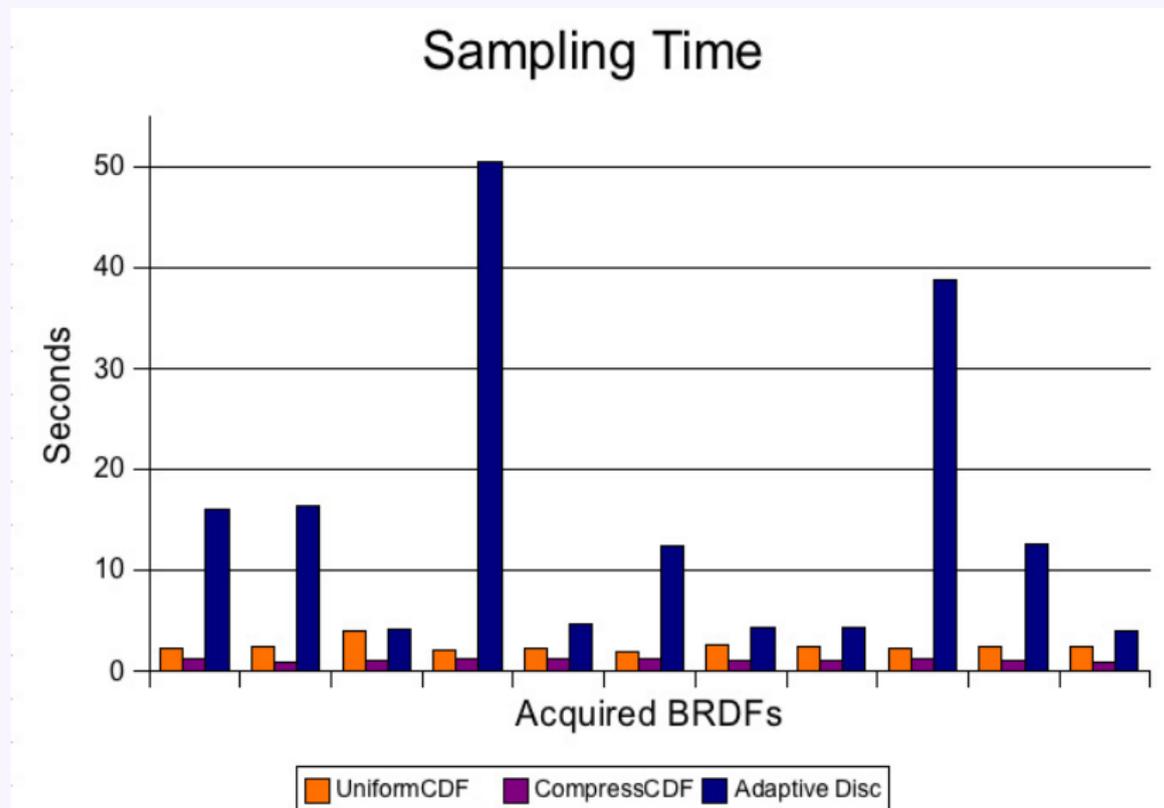


Precomputation (sec.)



Muestreo de datos adquiridos

Merl BRDF Database



Muestreo de datos adquiridos



Imagen: 450x200 pixeles y 25 muestras

Contribución

- Método exacto de muestreo para MCGI.
- Genérico: apto para modelos de BRDF analíticos y adquiridos.
- De variancia reducida.
- No necesita ajustar sus parámetros.
- Combina con otras técnicas de reducción de la variancia.

Trabajos futuros

- 1 Comparar con técnicas de muestreo basadas en *Wavelets*
- 2 Utilizar con materiales adquiridos anisotrópicos.
- 3 Incluir otras optimizaciones:
 - reducir los tiempos de muestreo
 - utilizar un mapeo que preserve el área
 - utilizar secuencias de valores de QMC.