



Nombre y Apellidos: DNI: Grupo:

1. (1/2 punto) ¿Por qué en la función de autocorrelación simple hay que observar los primeros coeficientes?

$$\text{Pistilla: } \hat{\rho}_k = \frac{\frac{1}{T-k} \sum_{t=k+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2} \sqrt{\frac{1}{T-k} \sum_{t=k+1}^T (y_{t-k} - \bar{y})^2}}$$

2. (1/2 punto) Dadas dos variables, definir el concepto de cointegración.
 3. (1 punto) En un modelo VAR, ¿cuál es el objetivo del análisis de causalidad de Granger y de la descomposición de la varianza?
 4. (4 puntos) Para la serie de la tasa de paro, T , en España (49 datos trimestrales desde el primer trimestre del 2002 al primer trimestre del 2015) se tienen los siguientes datos:

$$(1 - 0,9B)T_t = 0,43 + (1 - 0,8B)\epsilon_t, \quad \sigma_\epsilon = 0,6,$$

$$T_{48} = 23,7, \quad T_{49} = 23,78, \quad \epsilon_{49} = -0,3.$$

Se pide responder de forma justificada a las siguientes cuestiones:

- (a) (1/2 punto) ¿Es el modelo estacionario? ¿E invertible?
 (b) (1 1/2 puntos) Obtener la función de autocorrelación simple para cualquier retardo.
 (c) (1 1/2 puntos) Obtener la predicción puntual y por intervalo para $k = 1, 2$. Téngase en cuenta que $\psi_1 = -0,1$.
 (d) (1/2 punto) Tras observar que $T_{50} = 23,83$, actualizar la segunda predicción realizada.
 5. (1 punto) Para mejorar el ajuste anterior realizado sobre la serie de tasa de paro, se incorpora al análisis una variable impulso que pretende recoger el efecto que tuvo en dicha serie el *Plan Español para el Estímulo de la Economía y el Empleo*, popularmente conocido como *Plan E*. En tal caso se obtiene:

$$(1 - 0,9B)T_t = 0,55 \cdot I_t(29) + (1 - 0,7B)\epsilon_t.$$

Se pide calcular la respuesta al impulso en los instantes de tiempo $t = 28, 29, 30$.

6. (1 1/2 puntos) A partir de 30 observaciones se desea ajustar un modelo VAR sin término independiente para series de tiempo de consumo (primer lugar) y PIB (segundo lugar). Se pide contestar de forma razonada a las siguientes cuestiones:
 (a) (1 punto) A partir de las siguientes estimaciones de las matrices de varianzas-covarianzas de los residuos, determinar el orden del VAR.

$$\hat{\Sigma}_1 = \begin{pmatrix} 0,058 & 1,41 \\ 1,41 & 41,78 \end{pmatrix}, \quad \hat{\Sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0,035 & 0,81 \\ 0,81 & 26,35 \end{pmatrix}, \quad \hat{\Sigma}_3 = \begin{pmatrix} 0,022 & 0,48 \\ 0,48 & 18,07 \end{pmatrix}.$$

(b) ($\frac{1}{2}$ punto) Suponiendo que se ha estimado un VAR(1) obteniéndose que $A_1 = \begin{pmatrix} 0,86 & 0,008 \\ 6,02 & 0,77 \end{pmatrix}$, se pide analizar el efecto que tiene sobre ambas variables en los siguientes 3 retardos una distorsión de una desviación estándar asociada a la variable PIB.

7. ($1\frac{1}{2}$ puntos) Cierta empresario se dedica a la cría de avestruces y está interesado en conocer la posición del animal, x_{1t} , y su velocidad, x_{2t} , siendo el espacio de estados relacionado a dicho vector el siguiente:

$$\begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1t-1} \\ x_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_{1t} \\ w_{2t} \end{pmatrix}.$$

Puesto que ha marcado a los animales con un localizador, conoce en todo momento su posición, siendo entonces la ecuación de observación la siguiente:

$$y_t = (1 \ 0) \begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{pmatrix} + \nu_t.$$

Se pide obtener $\hat{\mathbf{x}}_{1|1}$ teniendo en cuenta que:

$$Q = \mathbf{I}, \quad \hat{\mathbf{x}}_{0|0} = \begin{pmatrix} 23,2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad P_{0|0} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = 0,92, \quad y_1 = 25.$$

Ayudica: Tenga en cuenta las expresiones del algoritmo iterativo del filtro de Kalman:

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1|t+1} = \hat{\mathbf{x}}_{t+1|t} + K_{t+1} (\mathbf{y}_{t+1} - H\hat{\mathbf{x}}_{t+1|t}), \quad t \geq 0,$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1|t} = \Phi\hat{\mathbf{x}}_{t|t} + \Gamma\mathbf{w}_t, \quad K_{t+1} = P_{t+1|t}H' (R + HP_{t+1|t}H')^{-1}, \quad P_{t+1|t} = \Phi P_{t|t}\Phi' + GQG',$$

$$P_{t|t} = (\mathbf{I} - K_tH) P_{t|t-1} (\mathbf{I} - K_tH)' + K_tRK_t', \quad R = E[\boldsymbol{\nu}_t\boldsymbol{\nu}_t'], \quad Q = E[\mathbf{u}_t\mathbf{u}_t'].$$

Tiempo disponible: 2 horas.