



**CÁLCULO MATEMÁTICO - E.U.A.T.- Universidad de Granada**  
**EXAMEN PRIMER PARCIAL**  
**EXAMEN PRIMER PARCIAL. Curso 2009/10 - 3 de febrero de 2010**

---

1. (1 punto) Desarrolla el siguiente tema de teoría: Teorema de Bolzano y Teorema de Weierstrass.
2. (1 punto) Contesta a las siguientes cuestiones razonando la respuesta.
  - a) ¿Todo subconjunto de números reales acotado superiormente tiene máximo?
  - b) ¿Todo subconjunto de números reales acotado inferiormente tiene ínfimo y mínimo diferentes?
  - c) ¿Todo subconjunto de números reales acotado inferiormente tiene ínfimo y mínimo coincidentes?
  - d) ¿Todo subconjunto de números reales no tiene máximo ni mínimo pero sí supremo e ínfimo?
3. (1 punto) Halla los números complejos no nulos tales que su conjugado es igual a su inverso menos el número dado.
4. Sea la función  $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) + b, & \text{si } -\pi \leq x \leq 0, \\ ax, & \text{si } 0 < x \leq \pi, \end{cases}$$

donde  $a$  y  $b$  son números reales.

- a) (0.5 puntos) Determina los valores de  $a$  y  $b$  para que la función  $f$  verifique las hipótesis del Teorema del Valor Medio o de Lagrange.  
Para tales valores de  $a$  y  $b$ ,
  - b) (0.5 puntos) Halla el punto para el que se verifica la tesis de dicho teorema.
  - c) (0.5 puntos) Calcula los extremos relativos de  $f$ .
  - d) (0.5 puntos) ¿Se puede garantizar la existencia de extremos absolutos en el intervalo  $[-\pi, \pi]$ ? Justifica la respuesta y, en caso afirmativo, calcúlalos.
5. (1.5 puntos) Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función

$$f(x) = e^{\sqrt{\sin(x)+3}}$$

en el intervalo  $[0, 2\pi]$  y calcula la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto  $a = \frac{\pi}{2}$ .

6. Se desea construir un depósito cilíndrico de hormigón, abierto por arriba, de  $1000 \text{ m}^3$  de capacidad.
  - a) (1.25 puntos) Sabiendo que el material de la base y de los laterales es el mismo, ¿cuáles deben ser las dimensiones del cilindro para que sea mínima la cantidad de material utilizado?
  - b) (0.25 puntos) Si por necesidades técnicas es necesario que la superficie de la base sea como mínimo de  $400\pi \text{ m}^2$ , ¿cuáles deben ser las dimensiones del cilindro para que sea mínima la cantidad de material utilizado?

**Duración:** Dos horas y media.