

CÁLCULO MATEMÁTICO - E.U.A.T.- Universidad de Granada
EXAMEN PRIMER PARCIAL
EXAMEN PRIMER PARCIAL. Curso 2009/10 - 3 de febrero de 2010

1. (1 punto) Desarrolla el siguiente tema de teoría: Teorema de Bolzano y Teorema de Weierstrass.
2. (1 punto) Contesta a las siguientes cuestiones razonando la respuesta.
 - a) ¿Todo subconjunto de números reales acotado superiormente tiene máximo?
 - b) ¿Todo subconjunto de números reales acotado inferiormente tiene ínfimo y mínimo diferentes?
 - c) ¿Todo subconjunto de números reales acotado inferiormente tiene ínfimo y mínimo coincidentes?
 - d) ¿Todo subconjunto de números reales no tiene máximo ni mínimo pero sí supremo e ínfimo?
3. (1 punto) Halla los números complejos no nulos tales que su conjugado es igual a su inverso menos el número dado.
4. Sea la función $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) + b, & \text{si } -\pi \leq x \leq 0, \\ ax, & \text{si } 0 < x \leq \pi, \end{cases}$$
 donde a y b son números reales.
 - a) (0.5 puntos) Determina los valores de a y b para que la función f verifique las hipótesis del Teorema del Valor Medio o de Lagrange.
 Para tales valores de a y b ,
 - b) (0.5 puntos) Halla el punto para el que se verifica la tesis de dicho teorema.
 - c) (0.5 puntos) Calcula los extremos relativos de f .
 - d) (0.5 puntos) ¿Se puede garantizar la existencia de extremos absolutos en el intervalo $[-\pi, \pi]$? Justifica la respuesta y, en caso afirmativo, calcúlalos.
5. (1.5 puntos) Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función

$$f(x) = e^{\sqrt{\operatorname{sen}(x)+3}}$$

en el intervalo $[0, 2\pi]$ y calcula la recta tangente a la gráfica de f en el punto $a = \frac{\pi}{2}$.

6. Se desea construir un depósito cilíndrico de hormigón, abierto por arriba, de 1000 m^3 de capacidad.
 - a) (1.25 puntos) Sabiendo que el material de la base y de los laterales es el mismo, ¿cuáles deben ser las dimensiones del cilindro para que sea mínima la cantidad de material utilizado?
 - b) (0.25 puntos) Si por necesidades técnicas es necesario que la superficie de la base sea como mínimo de $400\pi \text{ m}^2$, ¿cuáles deben ser las dimensiones del cilindro para que sea mínima la cantidad de material utilizado?