CÁLCULO MATEMÁTICO

Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica. Universidad de Granada. Curso 2009/10

EXAMEN FINAL - 28 de junio de 2010

EXAMEN CORRESPONDIENTE A LA RECUPERACIÓN DEL PRIMER PARCIAL

---

1. *(1 punto)* Desarrolla el siguiente tema de teoría:
Definición y ejemplos de: mayorantes, minorantes, supremo, ínfimo, máximo y mínimo de un conjunto de números reales. Definición de conjunto cerrado y acotado de números reales.

2. *(1 punto)* Halla las raíces de la ecuación $z^3 + 8i = 0$ y localízalas en el plano complejo.

3. *(2 puntos)* Determina a y b para que la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0, \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 3, \\ x - 5 & \text{si } x > 3, \end{cases}$$

sea continua. La función que resulta, ¿es derivable en $x = 0$ y $x = 3$? Razona la respuesta.

4. *(2 puntos)* Halla el polinomio de Taylor de orden 3 en el punto $a = 0$ de la función

$$f(x) = \ln(1 + x^2).$$

5. *(2 puntos)* Un veterinario cuenta con 30 m de tela de alambre y quiere construir 6 jaulas para perros levantando primero una cerca alrededor de una región rectangular y dividiendo luego la región en seis rectángulos iguales mediante cinco rejas paralelas a uno de los lados. ¿Cuáles son las dimensiones de la zona rectangular para las que el área total es máxima?

<u>**Duración**</u>: Tres horas.

CÁLCULO MATEMÁTICO

Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica. Universidad de Granada. Curso 2009/10

EXAMEN FINAL - 28 de junio de 2010

EXAMEN CORRESPONDIENTE A LA RECUPERACIÓN DEL SEGUNDO PARCIAL

---

1. *(1 punto)* Desarrolla el siguiente tema de teoría:
Teorema Fundamental del Cálculo Integral. Regla de Barrow.

2. a) *(1.5 puntos)* Calcula el valor de $a > 1$ para el que el área de la región acotada comprendida entre la parábola $y = ax - x^2$ y la recta $y - x = 0$ sea igual a 36.

b) *(1.5 puntos)* Para el valor obtenido en el apartado anterior, calcula el volumen del sólido de revolución que se genera al girar la región anterior alrededor del eje OX.

3. Considera la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = xye^{x+y}$ y el punto $P = (0, 1)$. Se pide:

a) *(1 punto)* La dirección respecto de la cual la derivada direccional es máxima en el punto P y el valor de dicha derivada direccional máxima.

b) *(1 punto)* Calcula los extremos relativos de la función f.

c) *(1 punto)* Calcula el plano tangente y la recta normal a la superficie $z = f(x, y)$ en el punto $(0, 1, f(0, 1))$.

4. *(1 punto)* Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función derivable y sea $z = f(u)$ siendo $u(x, y) = x^2y$. Calcula

$$x\frac{\partial z}{\partial x} - 2y\frac{\partial z}{\partial y}.$$

<u>Duración</u>: Tres horas.

CÁLCULO MATEMÁTICO

Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica. Universidad de Granada. Curso 2009/10

EXAMEN FINAL - 28 de junio de 2010

EXAMEN CORRESPONDIENTE A LA RECUPERACIÓN DE TODA LA ASIGNATURA

---

1. *(2 puntos)* Determina a y b para que la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0, \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 3, \\ x - 5 & \text{si } x > 3, \end{cases}$$

sea continua. La función que resulta, ¿es derivable en $x = 0$ y $x = 3$? Razona la respuesta.

2. *(2 puntos)* Un veterinario cuenta con 30 m de tela de alambre y quiere construir 6 jaulas para perros levantando primero una cerca alrededor de una región rectangular y dividiendo luego la región en seis rectángulos iguales mediante cinco rejas paralelas a uno de los lados. ¿Cuáles son las dimensiones de la zona rectangular para las que el área total es máxima?

3. *(1 punto)* Desarrolla el siguiente tema de teoría:
Teorema Fundamental del Cálculo Integral. Regla de Barrow.

4. a) *(1 punto)* Calcula el valor de $a > 1$ para el que el área de la región acotada comprendida entre la parábola $y = ax - x^2$ y la recta $y - x = 0$ sea igual a 36.
b) *(1 punto)* Para el valor obtenido en el apartado anterior, calcula el volumen del sólido de revolución que se genera al girar la región anterior alrededor del eje OX.

5. *(1 puntos)* Considera la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = xye^{x+y}$. Calcula los extremos relativos de la función f.

<u>**Duración**</u>: Tres horas.