
CÁLCULO MATEMÁTICO

Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica. Universidad de Granada EXAMEN SEGUNDO PARCIAL (7 de junio de 2010)

1. (1 punto) Desarrolla el siguiente tema: *Integrales impropias: tipos y ejemplos.*

2. Sea la función $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = |x \operatorname{sen}(x)|.$$

a) (1 punto) Halla el área que determina la gráfica de f con el eje OX .

b) (0.5 puntos) Sea $F : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$F(x) = \int_0^{2x} f(t) dt.$$

¿Es F derivable? Justifica la respuesta. Calcula $F'(x)$ en los puntos donde sea posible.

3. Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = x^3.$$

a) (0.75 puntos) Determina el área de la superficie de revolución obtenida al girar, alrededor del eje OX , la gráfica de la función $y = f(x)$ comprendida entre $x = -1$ y $x = 1$.

b) (0.75 puntos) Determina el volumen del sólido de revolución engendrado al girar, alrededor del eje OY , el recinto delimitado por la gráfica de la función $y = f(x)$, entre $x = 0$ y $x = 1$, y el eje OX .

4. Sea la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3y}{x^4 + 2y^4}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

a) (0.5 puntos) ¿Es la función f continua en el punto $(0, 0)$? Razona la respuesta.

b) (0.5 puntos) Calcula la derivada direccional de f , en el punto $A = (1, 1)$, según el vector $\vec{v} = (2, 1)$.

c) (0.5 puntos) Determina la dirección para la que la derivada direccional de f , en el punto $A = (1, 1)$, es máxima.

d) (0.5 puntos) Halla el plano tangente a la superficie $z = f(x, y)$ en el punto $B = (1, 1, f(1, 1))$.

5. Sea la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = xy$.

a) (0.5 puntos) En el conjunto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 1\}$, ¿tiene la función f extremos absolutos? Razona la respuesta.

b) (1.5 puntos) En caso afirmativo en a), calcula dichos extremos absolutos.

Notas:

- Duración: 3 horas.
- No se permite el uso de calculadora en el examen.