

---

## CÁLCULO MATEMÁTICO

Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica. Universidad de Granada

### EXAMEN SEGUNDO PARCIAL (7 de junio de 2010)

---

1. (1 punto) Desarrolla el siguiente tema: *Integrales impropias: tipos y ejemplos*.

2. Sea la función  $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = |x \operatorname{sen}(x)|.$$

a) (1 punto) Halla el área que determina la gráfica de  $f$  con el eje  $OX$ .

b) (0.5 puntos) Sea  $F : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por

$$F(x) = \int_0^{2x} f(t) dt.$$

¿Es  $F$  derivable? Justifica la respuesta. Calcula  $F'(x)$  en los puntos donde sea posible.

3. Sea la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = x^3.$$

a) (0.75 puntos) Determina el área de la superficie de revolución obtenida al girar, alrededor del eje  $OX$ , la gráfica de la función  $y = f(x)$  comprendida entre  $x = -1$  y  $x = 1$ .

b) (0.75 puntos) Determina el volumen del sólido de revolución engendrado al girar, alrededor del eje  $OY$ , el recinto delimitado por la gráfica de la función  $y = f(x)$ , entre  $x = 0$  y  $x = 1$ , y el eje  $OX$ .

4. Sea la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3y}{x^4 + 2y^4}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

a) (0.5 puntos) ¿Es la función  $f$  continua en el punto  $(0, 0)$ ? Razona la respuesta.

b) (0.5 puntos) Calcula la derivada direccional de  $f$ , en el punto  $A = (1, 1)$ , según el vector  $\vec{v} = (2, 1)$ .

c) (0.5 puntos) Determina la dirección para la que la derivada direccional de  $f$ , en el punto  $A = (1, 1)$ , es máxima.

d) (0.5 puntos) Halla el plano tangente a la superficie  $z = f(x, y)$  en el punto  $B = (1, 1, f(1, 1))$ .

5. Sea la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x, y) = xy$ .

a) (0.5 puntos) En el conjunto  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 1\}$ , ¿tiene la función  $f$  extremos absolutos? Razona la respuesta.

b) (1.5 puntos) En caso afirmativo en a), calcula dichos extremos absolutos.

#### Notas:

- Duración: 3 horas.
- No se permite el uso de calculadora en el examen.