Universidad de Granada
Esc. Univ. Arquitectura Técnica
Dpto. Matemática Aplicada

Cálculo Matemático
Grupo G
Arquitectura Técnica

Teoría: 4ª Prueba

20 de mayo de 2010

Apellidos y Nombre	Firma
D.N.I.:	

1. (2.5) Sea la función $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$h(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^4 + 4x^2y^2 + 5xy^3}{(3x^2+y^2)^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 11 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(a) Calcula los límites iterados en $(x,y) = (0,0)$.

(b) Calcula el límite en $(x,y) = (0,0)$ según la recta $y = \lambda x,\ \lambda \in \mathbb{R}$.

(c) Estudia la continuidad de h en $\mathbb{R}^2$.

2. (2.5) Sea la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = xy + 2x - y.$$

(a) Calcula el gradiente de $f(x,y)$ en el punto $P = (4,3)$.

(b) Calcula la derivada direccional en el punto P en la dirección del vector $\overrightarrow{v} = (3,4)$.

(c) Determina la dirección respecto de la cual la derivada direccional, en el punto P, es máxima.

3. (2.5) Sea la superficie de $\mathbb{R}^3$ dada por la expresión

$$z = xy + 2x - y.$$

(a) Justifica la pertenencia del punto $Q = (4,3,17)$ a esta superficie.

(b) Halla la ecuación implícita del plano tangente a la superficie en el punto Q.

(c) Halla las ecuaciones paramétricas de la recta normal a la superficie en el punto Q.

4. (2.5) Sea la función $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x,y) = x^2 + 4y^2 - 6x + 12.$$

(a) ¿Tiene la función g extremos absolutos en la región $D = [-1,1] \times [-1,1]$? Razona la respuesta.

(b) En caso afirmativo, calcula los extremos absolutos de g en D.

(c) Calcula los extremos absolutos de g en la circunferencia $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 9\}$.