

---

## CÁLCULO MATEMÁTICO

Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica. Universidad de Granada. Curso 2009/10

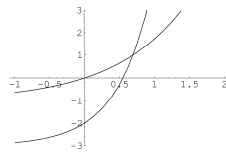
### EXAMEN EXTRAORDINARIO DE SEPTIEMBRE - 10 de septiembre de 2010

---

1. (1 punto) Desarrolla el siguiente tema de teoría: *Raíces de un número complejo: cálculo e interpretación geométrica.*
2. (1 punto) Determina, en caso de que existan, los minorantes, mayorantes, supremo, ínfimo, máximo y mínimo del conjunto  $U = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq |x^3 - 1| < 2\}$ .
3. Sea la función  $f : [-3, 7] \rightarrow \mathbb{R}$  definida como

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x + 4 & \text{si } -3 \leq x < 0, \\ \sqrt[3]{(x-8)^2} & \text{si } 0 \leq x \leq 7. \end{cases}$$

- a) (0.5 puntos) Estudia la continuidad y derivabilidad de  $f$  en el intervalo  $[-3, 7]$ .
  - b) (0.5 puntos) ¿Tiene  $f$  extremos absolutos en  $[-3, 7]$ ? Razona la respuesta y, en caso afirmativo, calcúlalos.
  - c) (0.5 puntos) Calcula el polinomio de Taylor de orden 3 de la función  $f$  en el punto  $a = -1$ .
  - d) (0.5 puntos) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  que sea paralela a la recta que une los puntos de abscisas  $x = 0$  y  $x = 7$  de la misma.
4. (1 punto) Calcula el área de la región acotada que está delimitada por las gráficas de las funciones  $f(x) = e^x - 1$ ,  $g(x) = e^{2x} - 3$  y el eje  $OY$ .



5. Calcula las siguientes integrales:

- a) (0.75 puntos)  $\int_{-2}^2 \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} dx.$

- b) (0.75 puntos)  $\int_0^{\frac{\pi}{b}} x \operatorname{sen}(bx) dx,$  siendo  $b$  un número real positivo.

6. Sea la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida como  $f(x, y) = -x^2 + 2xy + y^3 - y$ .
  - a) (0.5 puntos) Calcula la derivada direccional de  $f$  en el punto  $A = (1, 2)$  según la dirección del vector  $\vec{v} = (1, 1)$ .
  - b) (1 punto) ¿Tiene  $f$  extremos absolutos sobre el triángulo de vértices  $(-1, -1)$ ,  $(7, -1)$  y  $(7, 7)$ ? Razona la respuesta y, en caso afirmativo, calcúlalos.

**Duración:** Tres horas y media.