

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA  
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Matemáticas. 20 de diciembre de 2002.

Nombre \_\_\_\_\_ Grupo \_\_\_\_\_

**EJERCICIO 1.** Considera la ecuación

$$x' = 2tx(2 - x).$$

1. Calcula las soluciones constantes.
  2. Calcula el resto de soluciones.
  3. Calcula la solución,  $x(t)$ , que satisface  $x(0) = 1$ .
  4. Haz un esbozo de la gráfica de la solución obtenida en el apartado anterior.
-

**EJERCICIO 2.** Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Considera la ecuación lineal completa

$$(*) \quad x' = tx - t.$$

- a) La ecuación homogénea asociada a (\*) es  $x' = -t$ .
  - b) Las soluciones de la ecuación homogénea asociada a (\*) son  $x(t) = Ae^t$ ,  $A \in \mathbb{R}$ .
  - c) La función  $x \equiv 1$  es solución de la ecuación (\*).
  - d) Las soluciones de la ecuación (\*) son  $x(t) = Ae^{t^2/2} + 1$ ,  $A \in \mathbb{R}$ .
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. La población,  $P(t)$ , de una determinada especie se ajusta a la ley

$$P' = P(6 - 3P).$$

- a) Si  $P(0) = 4$ , la población decrece.
  - b) Si  $P(0) = 4$ , la población se extingue.
  - c) La población límite es 2.
  - d) Cualquier solución de la ecuación anterior es decreciente.
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. Sea  $x(t)$  una solución de la ecuación diferencial

$$x' = 2tx.$$

- a) Si  $x(1) = 2$  entonces  $x'(t) = 4$ .
  - b) Si  $x(1) = 2$  entonces  $x'(t) = 0$ .
  - c) Si  $x(t)$  es una solución entonces  $x''(t) = 2t + 2x(t)$ .
  - d) Si  $x(t)$  es una solución entonces  $x''(t) = 4t^2x(t) + 2x(t)$ .
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

4. Considera el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\left. \begin{aligned} x' &= 3x + 4y \\ y' &= 4x - 3y \end{aligned} \right\}.$$

- a)  $x(t) = 2e^{5t}$ ,  $y(t) = e^{5t}$  es una solución.
  - b)  $x(t) = e^{5t}$ ,  $y(t) = 2e^{5t}$  es una solución.
  - c)  $x(t) = e^{5t}$ ,  $y(t) = e^{5t}$  es una solución.
  - d)  $x(t) = 0$ ,  $y(t) = 0$  es una solución.
  - e) Ninguna de las anteriores.
-

**EJERCICIO 3.** Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Considera el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' = (-3 - 2x + 6y + z)x \\ y' = (-2 + 2x - y + 2z)y \\ z' = (1 - z)z \end{cases}$$

Se cumple que

- a) las especies representadas por las variables  $x$  e  $y$  cooperan.
  - b) el crecimiento de la variable  $z$  es independiente de  $x$  e  $y$ .
  - c) no tiene puntos de equilibrio positivos.
  - d)  $x = 0, y = 0, z = 1$  es un punto de equilibrio.
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. Dos especies interactúan según las leyes

$$\begin{cases} x' = (-x + 2y)x, \\ y' = (8 - 2x - 4y)y. \end{cases}$$

Se cumple que

- a) en ausencia de la especie representada por  $x$ , la especie representada por  $y$  se extingue.
  - b) en ausencia de la especie representada por  $y$ , la especie representada por  $x$  se extingue.
  - c)  $x = 2, y = 1$  es el único punto de equilibrio positivo del sistema.
  - d)  $x \equiv 4, y \equiv 0$  es una solución semitrivial.
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{r} 3x + 2y + z + t = 4 \\ x - y + t = 2 \\ 2x + 3y + z + \alpha t = 3 \end{array} \right\}.$$

- a) Si  $\alpha = 0$  entonces el sistema no tiene solución.
  - b) Si  $\alpha = 0$  entonces el sistema tiene infinitas soluciones.
  - c) Si  $\alpha \neq 0$  entonces el sistema no tiene solución.
  - d) Si  $\alpha \neq 0$  entonces el sistema tiene infinitas soluciones.
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

4. Sea el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{r} x + 3y - 2z = 1 \\ 2x + y + z = 2 \\ 5x + y + 4z = 5 \end{array} \right\}.$$

- a) Tiene una única solución.
  - b) No tiene solución.
  - c) El conjunto de soluciones del sistema es  $\{(1 - s, s, s) : s \in \mathbb{R}\}$ .
  - d)  $(1, 0, 0)$  es solución.
  - e) Ninguna de las anteriores.
-