

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Matemáticas para Biología. 12 de diciembre de 2003.

Nombre _____ Grupo _____

EJERCICIO 1. Considera la ecuación

$$x' = x - e^t.$$

1. Resuelve la ecuación.
 2. Calcula la solución, $x(t)$, que satisface $x(2) = 0$.
-

EJERCICIO 2. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Para cualquier $x \in \mathbb{R}$ se verifica que:

- (a) $9^x = 3^{2x}$.
 - (b) $-7^{-x} = 7^x$.
 - (c) $\ln\left(\frac{e}{x^2+1}\right) = 1 - \ln(x^2 + 1)$.
 - (d) $\ln 72^x = x(3 \ln 2 + 2 \ln 3)$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

2. La ecuación diferencial que se indica es de variables separadas:

- (a) $x' = x + t$.
 - (b) $x' = e^{x+t}$.
 - (c) $x' = e^t \cos x$.
 - (d) $x' = \cos(xt)$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Sea $x(t)$ una solución de la ecuación diferencial

$$x' = x^4 + 1.$$

Entonces se satisface que:

- (a) $x(t)$ puede ser una función real constante.
 - (b) $x(t)$ es una función estrictamente decreciente.
 - (c) si $x(0) = 1$ entonces $x'(0) = 2$.
 - (d) si $x(1) = 1$ entonces $x'(1) = 2$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Sea $x(t)$ una solución de la ecuación diferencial

$$x' = 3x + 5t.$$

Entonces $x(t)$ cumple:

- (a) $x''(t) = 8$.
 - (b) $x''(t) = 3x'(t) + 5$.
 - (c) $x''(t) = 3 + 5t$.
 - (d) $x''(t) = 9x(t) + 15t + 5$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

EJERCICIO 3. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. La ecuación diferencial $x' = x^2 \operatorname{sen} t$

- (a) admite la solución $x(t) \equiv \pi$.
 - (b) admite la solución $x(t) \equiv 0$.
 - (c) admite la solución $x(t) = \frac{1}{2}(\operatorname{sen} t - \operatorname{cos} t) + e^t$.
 - (d) admite la solución $x(t) = \frac{1}{1+\operatorname{cos} t}$.
 - (e) ninguna de las anteriores.
-

2. El crecimiento de una determinada población se rige por la ley logística

$$P' = 4P(6 - 2P).$$

- (a) Si $P(0) = 2$, $P(t) \rightarrow 3$ cuando $t \rightarrow +\infty$.
 - (b) Si $P(0) = 4$, $P(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow +\infty$.
 - (c) Toda solución de la ecuación que parta de un valor positivo toma valores próximos a 3 cuando t es muy grande.
 - (d) Las soluciones constantes son $P(t) \equiv 6$ y $P(t) \equiv 2$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Considera el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' = (-5 - 2x + 6y + z)x \\ y' = (-2 + x - y + 2z)y \\ z' = (1 - z)z \end{cases}.$$

Se cumple que

- (a) las especies representadas por las variables x e y están en competencia.
 - (b) el crecimiento de la variable z es independiente de x e y .
 - (c) no tiene puntos de equilibrio positivos.
 - (d) $x = 0$, $y = 0$, $z = 1$ es un punto de equilibrio.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Dos especies interactúan según las leyes

$$\begin{cases} x' = (-x + 3y)x, \\ y' = (10 - 2x - 4y)y. \end{cases}$$

Se cumple que

- (a) en ausencia de la especie y , la especie x tiende al valor 5.
 - (b) en ausencia de la especie y , la especie x tiende al valor 0.
 - (c) $x \equiv 5$, $y \equiv 0$ es una solución semitrivial.
 - (d) $x = 3$, $y = 1$ es el único punto de equilibrio positivo del sistema.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-