

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Matemáticas. Convocatoria Extraordinaria de Diciembre. Diciembre de 2004.

Nombre _____ Grupo _____

EJERCICIO 1. Se considera la ecuación

$$\frac{dx}{dt} = t(x - 1)(x + 1).$$

Se pide:

- i) Resuelve la ecuación.
 - ii) Estudia los extremos relativos de la solución que cumple $x(0) = 0$.
 - iii) Dibuja la gráfica de la solución del apartado anterior.
-

EJERCICIO 2. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. La función $x(t) = t^3/3$ es solución de

- (a) $x' = x^2$.
 - (b) $x' = 3^{2/3}x^{2/3}$.
 - (c) $x' = 3^{1/3}tx^{1/3}$.
 - (d) $x' = x^3/3$.
 - (e) ninguna de las anteriores.
-

2. Sea $N(t)$ el número de bacterias que hay en un cultivo en el instante t . Se sabe que la rapidez con que aumenta o disminuye $N(t)$ es proporcional al número de bacterias que hay en cada instante, es decir,

$$N'(t) = rN(t).$$

Se ha observado que al cabo de 1 hora hay 4000 bacterias en el cultivo ($N(1) = 4000$) y al cabo de 5 horas, hay 500 ($N(5) = 500$). Entonces,

- (a) la constante de proporcionalidad r es positiva.
 - (b) el número de bacterias tiende a cero.
 - (c) el número de bacterias se duplica cada hora.
 - (d) inicialmente en el cultivo había 8000 bacterias.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. El crecimiento de una determinada población se rige por el modelo de Gompertz

$$P' = 3P \ln \frac{4}{5P}.$$

- (a) La tasa de crecimiento es constante.
 - (b) La población límite es igual a 4.
 - (c) La población límite es igual a 5.
 - (d) Toda solución de la ecuación, que parta de un valor positivo, toma valores próximos a 0.8 cuando t es muy grande.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

4. El crecimiento de una determinada población se rige por el modelo de Verhulst

$$x' = 3x(10 - 5x).$$

- (a) $x = 0$ es un punto de equilibrio inestable.
- (b) $x = 2$ es un punto de equilibrio inestable.
- (c) El retrato de fases de la ecuación es



- (d) El retrato de fases de la ecuación es



- (e) Ninguna de las anteriores.
-

EJERCICIO 3. Señala las afirmaciones que sean correctas. No es necesario que justifiques las respuestas.

1. La función $x(t) = \ln t$ cumple

- (a) $x(t+s) = x(t)x(s)$, $t > 0$, $s > 0$.
 - (b) $x(t+s) = x(t) + x(s)$, $t > 0$, $s > 0$.
 - (c) es solución de la ecuación $tx' = 1$.
 - (d) es solución de la ecuación $x' = -x$.
 - (e) ninguna de las anteriores.
-

2. La función $F(t) = e^{\frac{1}{1+t^2}} + 4$ es una primitiva de

- (a) $f(t) = \frac{-2t}{(1+t^2)^2} e^{\frac{1}{1+t^2}}$.
 - (b) $f(t) = \frac{-2t}{(1+t^2)^2} e^{\frac{1}{1+t^2}} + 4$.
 - (c) $f(t) = \arctan(t) e^{\frac{1}{1+t^2}}$.
 - (d) $f(t) = \arctan(t) e^{\frac{1}{1+t^2}} + 4$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Considera el modelo de interacción entre especies dado por

$$\begin{cases} x' = (1-x-y)x, \\ y' = (1-x-y)y. \end{cases}$$

- (a) En ausencia de la especie modelada por y , la especie modelada por x crece sin límite.
 - (b) La relación es de presa-depredador donde x es la presa e y es el depredador.
 - (c) La relación es de competencia.
 - (d) $x \equiv 1$, $y \equiv 1$ es un punto de equilibrio semitrivial.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Considera el sistema lineal de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y + 2z = 1 \\ x + 2z = -3 \\ 4x + 3y + 2z = 3 \end{array} \right\}.$$

- (a) La forma reducida de la matriz ampliada asociada al sistema es $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
 - (b) La terna $(1, 1, -2)$ es una solución del sistema.
 - (c) El conjunto de soluciones del sistema es $\{(-2s, 2s, s) / s \in \mathbb{R}\}$.
 - (d) El conjunto de soluciones del sistema depende de un parámetro.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-