

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Matemáticas para Biología. 11 de Febrero de 2000.

Nombre _____ Grupo _____

EJERCICIO 1. Sea el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\left. \begin{aligned} x' &= 7x \\ y' &= e^{-7t}(\sin t)x + (\sin t)y \end{aligned} \right\}.$$

- i) Calcula todas las soluciones.
 - ii) Calcula la solución que satisface $x(0) = 2$, $y(0) = 0$.
 - iii) Dibuja la gráfica de la función $x(t)$ calculada en (ii).
-

EJERCICIO 2. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Se considera el sistema lineal de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{rcl} 3x + 2y + 2z & = & 1 \\ x & & + 2z = -3 \\ 4x + 3y + 2z & = & 3 \end{array} \right\}.$$

- (a) La forma reducida de la matriz ampliada asociada al sistema es $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- (b) La terna $(-3, 5, 1)$ es una solución del sistema.
- (c) El conjunto de soluciones del sistema es $\{(-3 - 2s, 5 + 2s, s) / s \in \mathbb{R}\}$.
- (d) El conjunto de soluciones del sistema depende de dos parámetros.
- (e) Ninguna de las anteriores.
-

2. El sistema de ecuaciones diferenciales

$$\left. \begin{array}{l} x' = (1 - x + y - 2z)x \\ y' = (3 + 2x - 3y + z)y \\ z' = (3 + 2x - y - 3z)z \end{array} \right\}$$

- (a) tiene un punto de equilibrio en $(1, 2, 1)$.
- (b) no tiene puntos de equilibrio positivos.
- (c) modela una relación entre tres especies en la que la especie representada por x perjudica a la especie representada por z y beneficia a la representada por y .
- (d) cumple que, en ausencia de las especies representadas por x e y ($x \equiv 0$ e $y \equiv 0$), la especie representada por z no sobrevive.
- (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Sea $N(t)$ el número de bacterias que hay en un cultivo en el instante t . Se sabe que la rapidez con que aumenta $N(t)$ es proporcional al número de bacterias que hay en cada instante, es decir,

$$N'(t) = kN(t).$$

Se ha observado que al cabo de 2 horas hay 400 bacterias en el cultivo ($N(2) = 400$) y al cabo de 10 horas, hay 6400 ($N(10) = 6400$). Entonces,

- (a) inicialmente en el cultivo había 200 bacterias.
- (b) la constante de proporcionalidad k es positiva.
- (c) el número de bacterias tiene un crecimiento limitado.
- (d) el número de bacterias en cualquier instante es $N(t) = N_0 e^{kt}$, siendo N_0 el número inicial de bacterias.
- (e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Sea la ecuación diferencial

$$x' = x(x - 2)(x + 2).$$

- (a) Es una ecuación lineal.
- (b) Tiene 3 soluciones constantes.
- (c) La solución que cumple $x(0) = -1$ es estrictamente decreciente.
- (d) La solución que cumple $x(0) = 1$ tiende a 0 cuando $t \rightarrow +\infty$.
- (e) Ninguna de las anteriores.
-

EJERCICIO 3. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{r} 3x + 2y + z + t = 4 \\ x - y + + t = 2 \\ 2x + 3y + z + \alpha t = 3 \end{array} \right\}.$$

- (a) Si $\alpha = 0$ entonces el sistema no tiene solución.
 - (b) Si $\alpha = 0$ entonces el sistema tiene infinitas soluciones.
 - (c) Si $\alpha \neq 0$ entonces el sistema no tiene solución.
 - (d) Si $\alpha \neq 0$ entonces el sistema tiene infinitas soluciones.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

2. La población, $P(t)$, de una determinada especie se ajusta a la ley

$$P' = P(6 - 3P).$$

- (a) Si $P(0) = 4$, la población decrece.
 - (b) Si $P(0) = 4$, la población se extingue.
 - (c) La población limite es 2.
 - (d) Cualquier solución de la ecuación anterior es decreciente.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Sea el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\left. \begin{array}{l} x' = (-3 - 5x - y)x \\ y' = (-2 - 3x - y)y \end{array} \right\}.$$

- (a) La población representada por $x(t)$ perjudica a la población representada por $y(t)$.
 - (b) La población representada por $y(t)$ beneficia a la población representada por $x(t)$.
 - (c) La población representada por $x(t)$ desaparece en ausencia de la población representada por $y(t)$.
 - (d) La población representada por $y(t)$ sobrevive en ausencia de la población representada por $x(t)$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

4. La solución del problema de valores iniciales

$$x'(t) = x(t) + 1, \quad x(0) = 4,$$

- (a) es $x(t) = 3e^t + 1, \forall t \in \mathbb{R}$.
 - (b) es $x(t) = 4e^t - 1, \forall t \in \mathbb{R}$.
 - (c) es $x(t) = 5e^t - 1, \forall t \in \mathbb{R}$.
 - (d) es $x(t) = 2e^t + 1, \forall t \in \mathbb{R}$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-