

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Matemáticas para Biología. 1 de Febrero de 2001.

Nombre _____ Grupo _____

EJERCICIO 1. Considera la ecuación

$$x' = (2t - 4)(x - 2)(x + 1).$$

- (a) Resuelve la ecuación.
 - (b) Calcula la solución, $x(t)$, que cumple $x(0) = 0$.
 - (c) Haz un esbozo de la gráfica de la solución obtenida en el apartado (b).
 - (d) ¿Alcanza la solución del apartado (b) su valor máximo? En caso afirmativo, ¿en qué valor de t se alcanza?
-

EJERCICIO 2. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Tres especies interaccionan según las leyes

$$\begin{cases} x' = (1 - 2x + y + 2z)x, \\ y' = (2 - 2x - y + 3z)y, \\ z' = (1 + 2x - 3y - 2z)z. \end{cases}$$

Se cumple que

- a) $x = 2, y = 1, z = 1$ es un punto de equilibrio positivo del sistema.
 - b) $x = 1, y = 1, z = 2$ es un punto de equilibrio positivo del sistema.
 - c) el sistema no tiene puntos de equilibrio positivos.
 - d) x, y son especies en competencia.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

2. Considera el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' = y, \\ y' = -x + 2y. \end{cases}$$

- a) El par de funciones $x(t) = e^t, y(t) = e^t$ es una solución del sistema.
 - b) El par de funciones $x(t) = te^t, y(t) = (t + 1)e^t$ es una solución del sistema.
 - c) El par de funciones $x(t) = (2 + 3t)e^t, y(t) = (5 + 3t)e^t$ es una solución del sistema.
 - d) El par de funciones $x(t) = e^t, y(t) = te^t$ es una solución del sistema.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Considera la ecuación diferencial

$$P' = (4 - \ln P) \ln P.$$

- a) La solución de la ecuación que cumple $P(0) = 80$, es decreciente.
 - b) La solución de la ecuación que cumple $P(0) = 2$, es decreciente.
 - c) La solución de la ecuación que cumple $P(0) = 2$, verifica que $P(t) \rightarrow e^4$ si $t \rightarrow +\infty$.
 - d) La solución de la ecuación que cumple $P(0) = 2$, verifica que $P(t) \rightarrow 4$ si $t \rightarrow +\infty$.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Considera la ecuación lineal completa

$$x' = -(\cos t)x - \cos t. \quad (*)$$

- a) La ecuación homogénea asociada a (*) es $x' = -(\cos t)x$.
 - b) Las soluciones de la ecuación homogénea asociada a (*) son $x(t) = Be^{-t}$, $B \in \mathbb{R}$.
 - c) La función $x \equiv 1$ es solución de la ecuación (*).
 - d) Las soluciones de la ecuación (*) son $x(t) = Be^{-\sin t} - 1$, $B \in \mathbb{R}$.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

EJERCICIO 3. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Dos especies que interaccionan según las leyes

$$\begin{cases} x' = (-2 - 3x + 5y)x \\ y' = (1 - 5x - 2y)y \end{cases}$$

cumplen

- a) Este es un modelo presa-depredador con la presa representada por x .
 - b) Este es un modelo presa-depredador con la presa representada por y .
 - c) En ausencia de la especie y , la especie x se extingue.
 - d) En ausencia de la especie x , la especie y crece sin límite.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

2. Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por

$$\left. \begin{array}{r} x + y + 3z + \omega = 3 \\ 2x - y - \omega = 0 \\ 3y + 3z + 3\omega = 6 \end{array} \right\}.$$

- a) $(1, 1, 0, 1)$ es la única solución del sistema.
 - b) El conjunto de soluciones viene dado por $\{(1, 2 - s, 0, s) / \forall s \in \mathbb{R}\}$.
 - c) El conjunto de soluciones viene dado por $\{(1, 2 - s, s, 0) / \forall s \in \mathbb{R}\}$.
 - d) El sistema no tiene solución.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Considera la matriz dada por

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & \beta \end{pmatrix}$$

y el sistema de ecuaciones lineales asociado.

- a) Si $\alpha = 0$ y $\beta = 1$ el sistema no tiene solución.
 - b) Si $\alpha = 1$ y $\beta = 0$ el sistema no tiene solución.
 - c) Si $\alpha = 0$ y $\beta = 1$ la matriz está en forma reducida.
 - d) Si $\alpha = 1$ y $\beta = 0$ la matriz está en forma reducida.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Señala las afirmaciones correctas.

- a) Hay sistemas de cuatro ecuaciones y tres incógnitas cuyo conjunto de soluciones depende de dos parámetros.
 - b) Un sistema homogéneo puede ser incompatible.
 - c) Un sistema incompatible siempre tiene más ecuaciones que incógnitas.
 - d) Hay sistemas compatibles determinados con más ecuaciones que incógnitas.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-