DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Matemáticas. 1 de febrero de 2002.

Nombre ____ **Grupo** ____________

<u>EJERCICIO 1.</u> Se considera la ecuación

$$x' = (t^2 - 1)x(x - 4).$$

Se pide:

1. Calcula todas las soluciones constantes.
2. Resuelve la ecuación.
3. Calcula la solución, $x(t)$, que cumple $x(0) = 2$.
4. Haz un esbozo de la gráfica de la solución obtenida en el apartado anterior.

EJERCICIO 2. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. La función $x(t) = \operatorname{tg}(t)$ es solución de la ecuación
   (a) $x' = x^2 + 1$.
   (b) $x' = -x$.
   (c) $x' = \operatorname{tg}^2(t) + 1$.
   (d) $x' = \frac{1}{\cos(t)}$.
   (e) Ninguna de las anteriores.

---

2. Se considera la ecuación lineal completa

$$(*) \qquad\qquad y' = 3y - 6e^{-3t}.$$

   (a) La ecuación homogénea asociada a $(*)$ es $y' = -6e^{-3t}$.
   (b) Las soluciones de la ecuación homogénea asociada a $(*)$ son $y(t) = Ae^{3t},\ A \in \mathbb{R}$.
   (c) La función $y = 3$ es solución de la ecuación $(*)$.
   (d) Las soluciones de la ecuación $(*)$ son $y(t) = Ae^{3t} + e^{-3t},\ A \in \mathbb{R}$.
   (e) Ninguna de las anteriores.

---

3. Se considera la ecuación diferencial

$$P' = 3P(1 - \ln P).$$

   (a) La solución de la ecuación, que cumple $P(0) = 1$, es la constante $P(t) = 1$.
   (b) La solución de la ecuación, que cumple $P(0) = 1$, verifica que $P(t) \to e$ si $t \to +\infty$.
   (c) La solución de la ecuación, que cumple $P(1) = 1$, es creciente.
   (d) La solución de la ecuación, que cumple $P(1) = 4$, es decreciente.
   (e) Ninguna de las anteriores.

---

4. Se considera el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' = y, \\ y' = -4x. \end{cases}$$

   (a) El par de funciones $x(t) = 1,\ y(t) = 0$ es una solución del sistema.
   (b) El par de funciones $x(t) = \operatorname{sen}(2t),\ y(t) = 2\cos(2t)$ es una solución del sistema.
   (c) El par de funciones $x(t) = \cos(2t),\ y(t) = \operatorname{sen}(2t)$ es una solución del sistema.
   (d) El par de funciones $x(t) = 2\operatorname{sen}(2t) + \cos(2t),\ y(t) = -2\operatorname{sen}(2t) + 4\cos(2t)$ es una solución del sistema.
   (e) Ninguna de las anteriores.

EJERCICIO 3. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Se considera el modelo de interacción entre especies dado por

$$\begin{cases} x' = (6 - 4x - 2y)x, \\ y' = (5 - 3x - 2y)y. \end{cases}$$

   (a) En ausencia de la especie modelada por y, la especie modelada por x sobrevive.
   (b) En ausencia de la especie modelada por x, la especie modelada por y se extingue.
   (c) Es un modelo de presa-depredador.
   (d) Es un modelo de cooperación.
   (e) Ninguna de las anteriores.

---

2. Se considera el modelo de interacción entre especies dado por

$$\begin{cases} x' = (6 - 4x - 2y)x, \\ y' = (5 - 3x - 2y)y. \end{cases}$$

   (a) $x = 1.5$, $y = 2.5$ es una solución semitrivial.
   (b) $x = 1.5$, $y = 0$ es una solución semitrivial.
   (c) Hay un punto de equilibrio positivo en $x = 1, y = 1$.
   (d) Hay un punto de equilibrio positivo en $x = 0.75, y = 1.5$.
   (e) Ninguna de las anteriores.

---

3. Se considera el sistema de ecuaciones lineales dado por

$$\begin{cases} x + y + z = 6b, \\ x + az = 4b, \\ y + az = 5b. \end{cases}$$

   (a) Si $a = 0$ y $b = 0$ entonces hay una única solución.
   (b) Si $a = 1/2$ y $b = 0$ entonces hay infinitas soluciones.
   (c) Si $a = 1/2$ y $b = 1$ entonces hay una única solución.
   (d) Si $a = 1$ y $b = 1$ entonces la única solución es $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$.
   (e) Ninguna de las anteriores.

---

4. Se considera la ecuación diferencial

$$x' = 3x + 4t.$$

   (a) Si $x(t)$ es la solución tal que $x(3) = -2$ entonces $x'(3) = 6$.
   (b) Si $x(t)$ es la solución tal que $x(3) = -2$ entonces $x'(3) = 0$.
   (c) Si $x(t)$ es una solución entonces $x''(t) = 9x(t) + 12t + 4$.
   (d) Si $x(t)$ es una solución entonces $x''(t) = 16x(t) + 12t + 3$.
   (e) Ninguna de las anteriores.
