

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Matemáticas. 2 de febrero de 2004.

Nombre _____ Grupo _____

EJERCICIO 1. Se considera la ecuación

$$x' = \frac{1}{3} \operatorname{tg}(t)x(x - 3).$$

Se pide:

1. Resuelve la ecuación.
 2. Calcula la solución, $x(t)$, que cumple $x(0) = 1$.
-

EJERCICIO 2. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

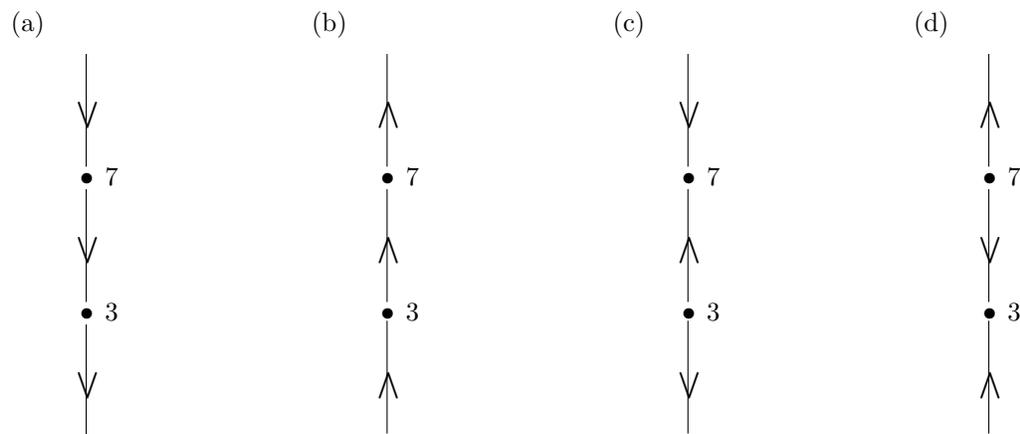
1. Sea $F(t)$ una primitiva de $\frac{e^{2t}-6}{e^{2t}+6}$.
 - (a) $F(t) = \ln(e^{2t} + 6) - t + C$, $C \in \mathbb{R}$.
 - (b) $F(t) = \ln(e^{2t} - 6) + t + C$, $C \in \mathbb{R}$.
 - (c) Si $F(0) = 3$, entonces $F(t) = \ln(e^{2t} + 6) - t + 3 - \ln(7)$.
 - (d) Si $F(0) = 0$, entonces $F(t) = \ln(e^{2t} - 6) + t - \ln(5)$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

2. Considera la ecuación $x' = x - t$. Se cumple:
 - (a) la función $x(t) = t + 1$ es solución de la ecuación.
 - (b) la función $x(t) = t$ es solución de la ecuación y cumple $x(0) = 0$.
 - (c) la función $x(t) = 3e^t + t + 1$ es solución de la ecuación.
 - (d) la función $x(t) = -e^t + t + 1$ es solución de la ecuación y cumple $x(0) = 0$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. El retrato de fases de la ecuación diferencial

$$x' = (x - 3)(x - 7)$$

viene dado por



- (e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Considera la ecuación diferencial

$$x' = (x - 3)(x - 7).$$

- (a) Si $x(0) = 4$, la solución correspondiente es creciente.
 - (b) Si $x(0) = 8$, la solución correspondiente es creciente.
 - (c) Si $x(0) = 5$, la solución correspondiente toma valores cercanos a 3 cuando t tiende a $+\infty$.
 - (d) Si $x(0) = 5$, la solución correspondiente toma valores cercanos a 7 cuando t tiende a $+\infty$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

EJERCICIO 3. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Considera una población que se rige por la ecuación logística (modelo de Verhulst)

$$P' = 7P(1 - P).$$

- (a) Para valores de P próximos a cero, la tasa de crecimiento está próxima a 7.
 - (b) Para valores de P próximos a uno, la tasa de crecimiento está próxima a 0.
 - (c) La tasa de crecimiento varía con la población.
 - (d) Salvo para poblaciones constantes, la tasa de crecimiento varía con el tiempo.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

2. Sea $x(t)$ la solución de la ecuación $x' = x^2(2 + t^2)$ que cumple $x(1) = -1$.

- (a) $x'(1) = 2$.
 - (b) $x'(1) = 3$.
 - (c) $x''(1) = -8$.
 - (d) $x''(t) = 2x(t)[x'(t)(2 + t^2) + tx(t)]$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Se considera el modelo de interacción entre especies dado por

$$\begin{cases} x' = (3 - x - y)x, \\ y' = (1 + 2x - 5y)y. \end{cases}$$

- (a) En ausencia de la especie modelada por y , la especie modelada por x tiene un crecimiento limitado por 3.
 - (b) En ausencia de la especie modelada por x , la especie modelada por y se extingue.
 - (c) Es un modelo de cooperación.
 - (d) $(2, 1)$ es un punto de equilibrio positivo (estado de coexistencia) del sistema.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Se considera el sistema de ecuaciones lineales dado por

$$\left. \begin{array}{rcll} x + 2y - z & = & 1 \\ y + 2z + t & = & 1 \\ az & = & 0 \\ bt & = & 1 \end{array} \right\}.$$

- (a) Si $a = 0$ y $b = 1$ entonces hay una única solución.
 - (b) Si $a = 0$ y $b = 1$ entonces el conjunto de soluciones es $\{(1 + 5s, -2s, s, 1) : s \in \mathbb{R}\}$.
 - (c) Si $a = 1$ y $b = 1$ entonces la única solución es $(1, 0, 0, 1)$.
 - (d) Si $a = 1$ y $b = 0$ entonces el conjunto de soluciones depende de un parámetro.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-