

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA**  
**UNIVERSIDAD DE GRANADA**

Matemáticas. Convocatoria Ordinaria de Febrero. 8 de febrero de 2005

Nombre \_\_\_\_\_ Grupo \_\_\_\_\_

**EJERCICIO 1.** Considera la ecuación diferencial autónoma

$$x' = x^2(3 - x).$$

Se pide que:

- a) dibujes el retrato de fases y determines la estabilidad de los puntos de equilibrio de la ecuación.
  - b) estudies la monotonía (crecimiento y decrecimiento) y la convexidad de las soluciones de la ecuación.
  - c) siendo  $x(t)$  la solución de la ecuación que cumple  $x(0) = x_0$ , justifiques  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$  para  $x_0 > 0$  y para  $x_0 < 0$ .
  - d) esboces la gráfica de la solución de la ecuación que satisface la condición  $x(0) = 1$ .
-

**EJERCICIO 2.** Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario que justifiques las respuestas.

1. La función  $f(t) = \sin t$  es
    - a) una solución de la ecuación diferencial  $x' = \cos t$ .
    - b) una solución de la ecuación diferencial  $x' = \cos x$ .
    - c) una primitiva de  $g(t) = -\cos t$ .
    - d) una primitiva de  $g(t) = \cos t$ .
    - e) ninguna de las anteriores.
- 

2. La descomposición en fracciones simples de  $\frac{1}{x(x-4)}$  viene dada por:

- a)  $\frac{1/4}{x-4} - \frac{1/4}{x}$ .
  - b)  $\frac{1/4}{x} + \frac{1/4}{x-4}$ .
  - c)  $\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x}$ .
  - d)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4}$ .
  - e) ninguna de las anteriores.
- 

3. La solución  $x(t)$  de la ecuación  $x' = x(x-4)$  que satisface la condición  $x(0) = 1$ ,

- a) cumple que  $x(1) = 0$ .
  - b) cumple que  $x(1) = \frac{1+3e^4}{4}$ .
  - c) cumple que  $x(1) = \frac{4}{1+3e^4}$ .
  - d) cumple que  $x(t) \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow +\infty$ .
  - e) ninguna de las anteriores.
- 

4. El crecimiento de una determinada población se rige por la ley logística

$$P' = 3P(4 - 2P).$$

- a) La tasa de crecimiento intrínseca (constante de Malthus) de la población es 12.
  - b) La población límite (capacidad de carga) es 4.
  - c) Toda solución de la ecuación, que parta de un valor positivo, toma valores próximos a 4 cuando  $t$  es muy grande.
  - d) Si se parte de una población inicial de 3 unidades, la población decrece.
  - e) Ninguna de las anteriores.
-

**EJERCICIO 3.** Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario que justifiques las respuestas.

1. Sea  $x(t)$  una solución de la ecuación  $x' = 3x + 3$ .
    - a) Si  $x(0) = 0$ , entonces  $x'(0) = 3$ .
    - b)  $x''(t) = 9x(t) + 9$ .
    - c) Si  $x(1) = 3$ , entonces  $x'(1) = 6$ .
    - d) La solución de la ecuación que cumple  $x(0) = 0$  es la función constante  $x(t) = 0$ .
    - e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. Considera el modelo de interacción entre especies dado por

$$\begin{cases} x' = (5 - x - 2y)x, \\ y' = (1 - x - y)y. \end{cases}$$

- a) La relación es de antagonismo.
  - b) La relación es de competencia.
  - c) En ausencia de la especie modelada por  $x$ , la especie modelada por  $y$  sobrevive.
  - d) No existen estados de coexistencia (puntos de equilibrio positivos).
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por

$$\left. \begin{array}{l} x + 3y + 4z = 0 \\ y + az = 0 \\ y + bz = 0 \end{array} \right\},$$

con  $a, b \in \mathbb{R}$ .

- a) Si  $a \neq b$  entonces el sistema tiene una única solución.
  - b) Si  $a \neq b$  entonces el sistema tiene infinitas soluciones.
  - c) Siempre tiene alguna solución.
  - d) Si  $a = 0$  y  $b = 1$  entonces el conjunto de soluciones depende de un parámetro.
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

4. En un jardín hay una determinada cantidad de flores de Don Diego de Noche, siendo la mitad de color rojo (genotipo AA), la cuarta parte de color rosa (genotipo Aa) y la otra cuarta parte de color blanco (genotipo aa). Si notamos

- $x_n$  = fracción de flores rojas que hay en el jardín en la generación  $n$ ,
- $y_n$  = fracción de flores rosas que hay en el jardín en la generación  $n$ ,
- $z_n$  = fracción de flores blancas que hay en el jardín en la generación  $n$ ,

entonces la distribución inicial es  $x_0 = 1/2$ ,  $y_0 = 1/4$  y  $z_0 = 1/4$ .

El propietario del jardín quiere efectuar un experimento genético y fecunda todas las plantas con las de un determinado genotipo, de forma que la matriz de paso de una generación a la siguiente es

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) El jardinero está fecundando todas las plantas con rojas (genotipo AA).
  - b) En la siguiente generación desaparecen todas las flores rojas del jardín.
  - c) Al cabo de dos generaciones la distribución del jardín será:  $x_2 = 13/16$ ,  $y_2 = 3/16$ ,  $z_2 = 0$ .
  - d) Cuando pase mucho tiempo, casi todas las flores serán rojas.
  - e) Ninguna de las anteriores.
-