

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA**

Matemáticas para Biología. 8 de febrero de 1.999.

Nombre _____ Grupo _____

EJERCICIO 1. Se considera la ecuación

$$x' = t(x - 1)(x - 6).$$

Se pide:

1. Resuelve la ecuación.
 2. Calcula la solución, $x(t)$, que cumple $x(0) = 2$.
 3. Haz un esbozo de la gráfica de la solución obtenida en el apartado anterior.
-

EJERCICIO 2. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Se considera la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & a & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Si $a \neq 6$ su forma reducida es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(b) Si $a \neq 6$ su forma reducida es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(c) Si $a = 6$, el número de 1-principales en cualquier forma semirreducida es 2.

(d) Si $a = 6$, el número de 1-principales en cualquier forma semirreducida es 1.

(e) ninguna de las anteriores.

2. El sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 1 \\ 2x + y + z = 2 \\ 5x - y - 4z = 5 \end{cases}$$

(a) tiene una única solución.

(b) no tiene solución.

(c) $(1,0,0)$ es solución.

(d) el conjunto de soluciones del sistema es $\{(1 - s, s, s) : s \in \mathbb{R}\}$.

(e) ninguna de las anteriores.

3. Señala las afirmaciones verdaderas:

(a) Los sistemas de ecuaciones lineales homogéneos son siempre compatibles.

(b) Un sistema lineal de ecuaciones con más incógnitas que ecuaciones no puede ser compatible y determinado.

(c) Si un sistema lineal de 3 ecuaciones y 5 incógnitas es compatible, su conjunto de soluciones depende de dos o más parámetros.

(d) Un sistema lineal de 5 ecuaciones y 3 incógnitas es siempre incompatible.

(e) ninguna de las anteriores.

4. La ecuación diferencial

$$P' = 2P(3 - P)$$

cumple

(a) La solución de la ecuación que cumple $P(0) = 1$, cumple $P(t) \rightarrow 2$ si $t \rightarrow +\infty$.

(b) La solución de la ecuación que cumple $P(0) = 4$, cumple $P(t) \rightarrow 3$ si $t \rightarrow +\infty$.

(c) La solución de la ecuación que cumple $P(0) = 4$, es creciente.

(d) La solución de la ecuación que cumple $P(0) = 1$, es creciente.

(e) ninguna de las anteriores.

EJERCICIO 3. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Se considera la ecuación lineal completa

$$(*) \quad x' = tx - t.$$

- (a) La ecuación homogénea asociada a (*) es $x' = tx$.
 - (b) Las soluciones de la ecuación homogénea asociada a (*) son $x(t) = Ae^t$, $A \in \mathbb{R}$.
 - (c) La función $x = 1$ es solución de la ecuación (*).
 - (d) Las soluciones de la ecuación (*) son $x(t) = Ae^t + 1$, $A \in \mathbb{R}$.
 - (e) ninguna de las anteriores.
-

2. Dos especies que interaccionan según las leyes

$$\begin{cases} x' = (-2 - 3x + 5y)x \\ y' = (-1 + 5x - 2y)y \end{cases}$$

cumplen

- (a) x, y son especies en simbiosis.
 - (b) $x = 9/19, y = 13/19$ es un punto de equilibrio positivo del sistema.
 - (c) $x = 1/5, y = 2/5$ es un punto de equilibrio positivo del sistema.
 - (d) en ausencia de la especie x la especie y crecerá sin límite.
 - (e) ninguna de las anteriores.
-

3. El sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' = x(1 - x + y - z), \\ y' = y(2 + x - y - 3z), \\ z' = z(3 - x - 3y - 2z) \end{cases}$$

modela la interacción entre tres especies.

- (a) La especie representada por x daña a la representada por y .
 - (b) La especie representada por y beneficia a la representada por z .
 - (c) En ausencia de la especie representada por z , la relación entre las especies x e y es de presa-depredador.
 - (d) En ausencia de las especies representadas por y y por z , la representada por x tiende a 1.
 - (e) ninguna de las anteriores.
-

4. La función $x(t) = t^3/3$ es solución de

- (a) $x' = x^2$.
 - (b) $x' = 3^{2/3}x^{2/3}$.
 - (c) $x' = 3^{1/3}tx^{1/3}$.
 - (d) $x' = x^3/3$.
 - (e) ninguna de las anteriores.
-