

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Matemáticas. 5 de septiembre de 2001.

Nombre _____ Grupo _____

EJERCICIO 1. Sea $x(t)$ la solución de la ecuación diferencial

$$x' = (1 - t^2)x(x - 2),$$

que cumple $x(0) = 1$. Se pide:

- (a) Calcula $x(t)$.
 - (b) Estudia los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $x(t)$ y obtén los extremos (máximos y mínimos) de dicha función. (Sugerencia: Utiliza la ecuación diferencial que verifica la función $x(t)$).
 - (c) Haz un esbozo de su gráfica.
-

EJERCICIO 2. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Se considera la ecuación diferencial

$$P' = 4P(3 - P).$$

- a) La solución de la ecuación que cumple $P(0) = 1$, cumple $P(t) \rightarrow 3$ si $t \rightarrow +\infty$.
 - b) La solución de la ecuación que cumple $P(0) = 1$, cumple $P(t) \rightarrow 3/4$ si $t \rightarrow +\infty$.
 - c) La solución de la ecuación que cumple $P(0) = 9$, es decreciente.
 - d) La solución de la ecuación que cumple $P(0) = 1$, es decreciente.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

2. Dos especies interactúan según las leyes

$$\begin{cases} x' = (-x + 2y)x, \\ y' = (5 - x - 3y)y. \end{cases}$$

Se cumple que

- a) x, y son especies en competencia.
 - b) en ausencia de la especie representada por x , la especie representada por y se extingue.
 - c) en ausencia de la especie representada por y , la especie representada por x se extingue.
 - d) $x = 2, y = 1$ es el único punto de equilibrio positivo del sistema.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

3. La solución de la ecuación diferencial

$$x' = \frac{2x}{t}$$

que cumple $x(1) = 2$, también verifica que

- a) $x(2) = 4$.
 - b) $x(2) = 8$.
 - c) $x(3) = 6$.
 - d) $x(3) = 18$.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Se considera la ecuación diferencial

$$x' = t^2x - 3t^2.$$

- a) La ecuación es lineal.
 - b) La ecuación es de variables separadas.
 - c) La función $x(t) = 3$ es solución de la ecuación.
 - d) La solución general de la ecuación es $x(t) = Ae^t + 3$.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

EJERCICIO 3. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Dos especies que interaccionan según las leyes

$$\begin{cases} x' = (1 - x - y)x \\ y' = (1 + x - y)y \end{cases}$$

cumplen que

- a) la especie y es una presa para la especie x .
 - b) la especie y es un depredador para la especie x .
 - c) en ausencia de la especie x , la población de la especie representada por y tiende a 1.
 - d) en ausencia de la especie x , la población de la especie representada por y tiende a 0.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

2. Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por

$$\left. \begin{array}{l} x + y + \quad = 0 \\ \quad y + z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{array} \right\}.$$

- a) Tiene una única solución.
 - b) Es un sistema homogéneo.
 - c) Es compatible indeterminado.
 - d) $(1, -1, 1)$ es una solución.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Considera la matriz dada por

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \beta & 1 \end{pmatrix}$$

y el sistema de ecuaciones lineales asociado.

- a) Si $\alpha = \beta = 0$, la matriz está en forma reducida.
 - b) Si $\alpha = \beta = 3$, el sistema no tiene solución.
 - c) Si $\alpha \neq \beta$, el sistema siempre tiene solución única.
 - d) Si $\alpha = \beta = 1$, el sistema no tiene solución.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Sea A una matriz en forma reducida.

- a) Hay infinitas matrices que tiene a A como forma reducida.
 - b) Si el sistema asociado a A es incompatible entonces A tiene un 1 principal en la última columna.
 - c) A tiene tantos 1 principales como filas.
 - d) A tiene tantos 1 principales como columnas.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-