

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA**  
**UNIVERSIDAD DE GRANADA**

Matemáticas para Biología. 8 de septiembre de 2003.

Nombre \_\_\_\_\_ Grupo \_\_\_\_\_

**EJERCICIO 1.** Se considera la ecuación diferencial de variables separadas

$$x' = (x - 3)(x + 1).$$

Se pide:

- i) Resolver la ecuación.
  - ii) Calcular la solución de la ecuación que cumple  $x(0) = 0$ .
  - iii) Estudiar el comportamiento límite de la solución obtenida en el apartado anterior y hacer un esbozo de su gráfica.
-

**EJERCICIO 2.** Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. La ecuación diferencial que se indica es lineal:

- (a)  $x' = e^x t + \cos t$ .
  - (b)  $x' = e^t x + \cos t$ .
  - (c)  $x' = e^t x + \cos x$ .
  - (d)  $x' = e^x t + \cos x$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. Se considera la ecuación diferencial lineal

$$x' = 4x + e^{4t} \cos t.$$

- (a) Las soluciones de la ecuación homogénea asociada son  $x(t) = Ae^{4t} \sin t$ ,  $A \in \mathbb{R}$ .
  - (b)  $x(t) = e^{4t} \sin t$  es solución de la ecuación.
  - (c) La solución de la ecuación que cumple  $x(0) = 3$  es  $x(t) = 3e^{4t} + e^{4t} \sin t$ .
  - (d) La solución de la ecuación homogénea asociada que cumple  $x(0) = 3$  es  $x(t) = 3e^{4t}$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. El crecimiento de una determinada población se rige por la ley logística

$$P' = 3P(4 - 2P).$$

- (a) La población límite es 4.
  - (b) Si  $P(0) = 4$ ,  $P(t) \rightarrow 3$  cuando  $t \rightarrow +\infty$ .
  - (c) Si  $P(0) = 3$ ,  $P(t) \rightarrow 2$  cuando  $t \rightarrow +\infty$ .
  - (d) Toda solución de la ecuación que parta de un valor positivo toma valores próximos a 2 cuando  $t$  es muy grande.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

4. Considera el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' = y, \\ y' = -x + 2y. \end{cases}$$

- (a) El par de funciones  $x(t) = e^t$ ,  $y(t) = e^t$  es una solución del sistema.
  - (b) El par de funciones  $x(t) = te^t$ ,  $y(t) = (t + 1)e^t$  es una solución del sistema.
  - (c) El par de funciones  $x(t) = (2 + 3t)e^t$ ,  $y(t) = (5 + 3t)e^t$  es una solución del sistema.
  - (d) El par de funciones  $x(t) = e^t$ ,  $y(t) = te^t$  es una solución del sistema.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
-

**EJERCICIO 3.** Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Sea  $x(t)$  una solución de la ecuación diferencial

$$x' = x + t.$$

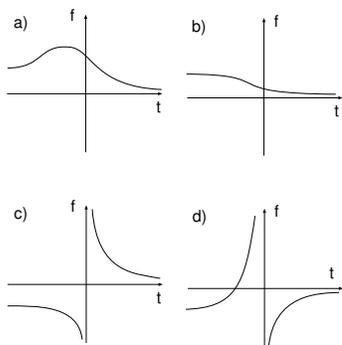
Entonces  $x(t)$  cumple:

- (a)  $x''(t) = x'(t) + 1$ .
  - (b)  $x''(t) = 1$ .
  - (c)  $x''(t) = x(t) + 1$ .
  - (d)  $x''(t) = 1 + t$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. Para cualquier  $x \in \mathbb{R}$  se verifica que:

- (a)  $6^x = 2^x 3^x$ .
  - (b)  $6^{-x} = -6^x$ .
  - (c)  $\ln\left(\frac{1}{x^2+1}\right) = -\ln(x^2+1)$ .
  - (d)  $\ln 6^x = x(\ln 2 + \ln 3)$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. Considera la función  $f(t) = \frac{1}{e^t-1}$ . Identifica cuál de las siguientes gráficas corresponde al esbozo de la suya.



4. Se considera el modelo de interacción entre especies dado por

$$\begin{cases} x' = (1 - x - y)x, \\ y' = (1 - x - y)y. \end{cases}$$

- (a) En ausencia de la especie modelada por  $y$ , la especie modelada por  $x$  sobrevive.
  - (b) La relación es de presa depredador donde  $x$  es la presa e  $y$  es el depredador.
  - (c) La relación es de competencia.
  - (d)  $x \equiv 1, y \equiv 1$  es un punto de equilibrio semitrivial.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
-