

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Matemáticas para Biología. 8 de septiembre de 2003.

Nombre _____ Grupo _____

EJERCICIO 1. Se considera la ecuación diferencial de variables separadas

$$x' = (x - 3)(x + 1).$$

Se pide:

- i) Resolver la ecuación.
 - ii) Calcular la solución de la ecuación que cumple $x(0) = 0$.
 - iii) Estudiar el comportamiento límite de la solución obtenida en el apartado anterior y hacer un esbozo de su gráfica.
-

EJERCICIO 2. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. La ecuación diferencial que se indica es lineal:

- (a) $x' = e^x t + \cos t$.
 - (b) $x' = e^t x + \cos t$.
 - (c) $x' = e^t x + \cos x$.
 - (d) $x' = e^x t + \cos x$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

2. Se considera la ecuación diferencial lineal

$$x' = 4x + e^{4t} \cos t.$$

- (a) Las soluciones de la ecuación homogénea asociada son $x(t) = Ae^{4t} \sin t$, $A \in \mathbb{R}$.
 - (b) $x(t) = e^{4t} \sin t$ es solución de la ecuación.
 - (c) La solución de la ecuación que cumple $x(0) = 3$ es $x(t) = 3e^{4t} + e^{4t} \sin t$.
 - (d) La solución de la ecuación homogénea asociada que cumple $x(0) = 3$ es $x(t) = 3e^{4t}$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. El crecimiento de una determinada población se rige por la ley logística

$$P' = 3P(4 - 2P).$$

- (a) La población límite es 4.
 - (b) Si $P(0) = 4$, $P(t) \rightarrow 3$ cuando $t \rightarrow +\infty$.
 - (c) Si $P(0) = 3$, $P(t) \rightarrow 2$ cuando $t \rightarrow +\infty$.
 - (d) Toda solución de la ecuación que parta de un valor positivo toma valores próximos a 2 cuando t es muy grande.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Considera el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' = y, \\ y' = -x + 2y. \end{cases}$$

- (a) El par de funciones $x(t) = e^t$, $y(t) = e^t$ es una solución del sistema.
 - (b) El par de funciones $x(t) = te^t$, $y(t) = (t + 1)e^t$ es una solución del sistema.
 - (c) El par de funciones $x(t) = (2 + 3t)e^t$, $y(t) = (5 + 3t)e^t$ es una solución del sistema.
 - (d) El par de funciones $x(t) = e^t$, $y(t) = te^t$ es una solución del sistema.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

EJERCICIO 3. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Sea $x(t)$ una solución de la ecuación diferencial

$$x' = x + t.$$

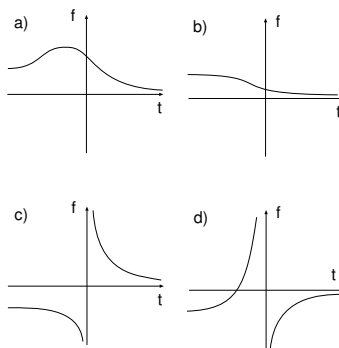
Entonces $x(t)$ cumple:

- (a) $x''(t) = x'(t) + 1$.
 - (b) $x''(t) = 1$.
 - (c) $x''(t) = x(t) + 1$.
 - (d) $x''(t) = 1 + t$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

2. Para cualquier $x \in \mathbb{R}$ se verifica que:

- (a) $6^x = 2^x 3^x$.
 - (b) $6^{-x} = -6^x$.
 - (c) $\ln\left(\frac{1}{x^2+1}\right) = -\ln(x^2+1)$.
 - (d) $\ln 6^x = x(\ln 2 + \ln 3)$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Considera la función $f(t) = \frac{1}{e^t-1}$. Identifica cuál de las siguientes gráficas corresponde al esbozo de la suya.



4. Se considera el modelo de interacción entre especies dado por

$$\begin{cases} x' = (1 - x - y)x, \\ y' = (1 - x - y)y. \end{cases}$$

- (a) En ausencia de la especie modelada por y , la especie modelada por x sobrevive.
 - (b) La relación es de presa depredador donde x es la presa e y es el depredador.
 - (c) La relación es de competencia.
 - (d) $x \equiv 1, y \equiv 1$ es un punto de equilibrio semitrivial.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-