

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA**  
**UNIVERSIDAD DE GRANADA**

Matemáticas. Licenciado en Biología. 10 de septiembre de 2004.

Nombre \_\_\_\_\_ Grupo \_\_\_\_\_

**EJERCICIO 1.** Considera la ecuación diferencial de variables separadas

$$x' = 1 + x.$$

Se pide:

- i) Estudia si esta ecuación admite alguna solución constante.
  - ii) Resuelve la ecuación.
  - iii) Calcula la solución de la ecuación que cumple  $x(0) = 0$ .
  - iv) Estudia el comportamiento límite de la solución obtenida en el apartado anterior y haz un esbozo de su gráfica.
-

**EJERCICIO 2.** Señala las afirmaciones que sean correctas. No es necesario que justifiques las respuestas.

1. La función  $F(t) = e^{\frac{1}{1+t^2}} + 4$  es una primitiva de

- (a)  $f(t) = \frac{-2t}{(1+t^2)^2} e^{\frac{1}{1+t^2}}$ .
  - (b)  $f(t) = \frac{-2t}{(1+t^2)^2} e^{\frac{1}{1+t^2}} + 4$ .
  - (c)  $f(t) = \arctan(t) e^{\frac{1}{1+t^2}}$ .
  - (d)  $f(t) = \arctan(t) e^{\frac{1}{1+t^2}} + 4$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. Sea  $x(t)$  una solución de la ecuación diferencial

$$x' = 2x.$$

- (a) Si  $x'(3) = 6$ , entonces  $x(3) = 3$ .
  - (b) Si  $x'(3) = 6$ , entonces  $x(3) = 12$ .
  - (c) Si  $x(0) = 1$ , entonces  $x'(0) = 2$ .
  - (d) Si  $x(0) = 1$ , entonces  $x''(0) = 4$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. Sea  $x(t)$  una solución de la ecuación diferencial

$$x' = 2x.$$

- (a) Si  $x(0) = 1$ , entonces  $x(3) = 3$ .
  - (b) Si  $x(0) = 1$ , entonces  $x(3) = e^6$ .
  - (c) Si  $x(0) = 1/e^6$ , entonces  $x(3) = 1$ .
  - (d) Si  $x(0) = 1/e^3$ , entonces  $x(3) = e^3$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

4. Sea  $N(t)$  el número de bacterias que hay en un cultivo en el instante  $t$ . Se sabe que la rapidez con que varía  $N(t)$  es proporcional al número de bacterias que hay en cada instante, es decir,  $N'(t) = kN(t)$ , con  $k \in \mathbb{R}$ . Se ha observado que al cabo de 2 horas hay 1800 bacterias en el cultivo ( $N(2) = 1800$ ) y al cabo de 4 horas, hay 600 ( $N(4) = 600$ ). Entonces,

- (a) el número de bacterias en cualquier instante es  $N(t) = N_0 e^{kt}$ , siendo  $N_0$  el número inicial de bacterias.
  - (b) la constante de proporcionalidad  $k$  es positiva.
  - (c) la población de bacterias tiende a extinguirse.
  - (d) la población de bacterias tiene un crecimiento limitado.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
-

**EJERCICIO 3.** Señala las afirmaciones que sean correctas. No es necesario que justifiques las respuestas.

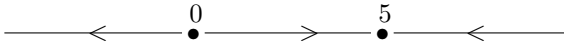
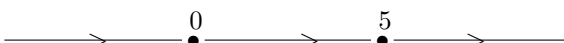
1. El crecimiento de una determinada población se rige por la ley logística

$$P' = 3P(5 - P).$$

- (a) Si  $P(0) = 4$ , entonces la población crece.
  - (b) Si  $P(0) = 6$ , entonces la población crece.
  - (c) Toda solución de la ecuación que parta de un valor positivo toma valores próximos a 3 cuando  $t$  es muy grande.
  - (d) Toda solución de la ecuación que parta de un valor positivo toma valores próximos a 5 cuando  $t$  es muy grande.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. Considera la ecuación diferencial

$$x' = 3x(5 - x).$$

- (a) Su retrato de fases es 
  - (b) Su retrato de fases es 
  - (c) Si  $x(0) = x_0 > 0$ , entonces  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 5$ .
  - (d) Si  $x(0) = x_0 > 0$ , entonces  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x'(t) = 0$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. Considera el modelo de interacción entre especies dado por

$$\begin{cases} x' = (1 - x - y)x, \\ y' = (1 - x - y)y. \end{cases}$$

- (a) En ausencia de la especie modelada por  $y$ , la especie modelada por  $x$  crece sin límite.
  - (b) La relación es de presa-depredador donde  $x$  es la presa e  $y$  es el depredador.
  - (c) La relación es de competencia.
  - (d)  $x \equiv 1, y \equiv 1$  es un punto de equilibrio semitrivial.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

4. Considera el sistema lineal de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y + 2z = 1 \\ x + 2z = -3 \\ 4x + 3y + 2z = 3 \end{array} \right\}.$$

- (a) La forma reducida de la matriz ampliada asociada al sistema es  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
  - (b) La terna  $(1, 1, -2)$  es una solución del sistema.
  - (c) El conjunto de soluciones del sistema es  $\{(-2s, 2s, s) / s \in \mathbb{R}\}$ .
  - (d) El conjunto de soluciones del sistema depende de un parámetro.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
-