

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA**  
**UNIVERSIDAD DE GRANADA**

Matemáticas (Licenciatura en Biología). 13 de septiembre de 2005.

Nombre \_\_\_\_\_ Grupo \_\_\_\_\_

**EJERCICIO 1.** Se considera la ecuación

$$x' = x \ln x.$$

Se pide:

i) Demuestra que para cualquier número real  $A$ , la función

$$x(t) = e^{Ae^t}$$

es solución de la ecuación.

ii) Dibuja el retrato de fases y determina la estabilidad de los puntos de equilibrio de dicha ecuación.

iii) Esboza la gráfica de la solución que cumple  $x(0) = 1/2$ .

iv) Encuentra la solución que cumple  $x(0) = 2$ .

---

**EJERCICIO 2.** Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. La primitiva de la función

$$\frac{e^{\operatorname{sen}(\ln x)} \cos(\ln x)}{x}$$

es

- (a)  $e^{\cos(\ln x)} + C$ .
  - (b)  $e^{\operatorname{sen}(\ln x)} + C$ .
  - (c)  $-e^{\cos(\ln x)} + C$ .
  - (d)  $-e^{\operatorname{sen}(\ln x)} + C$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. Un población definida por

$$P' = P(8 - 2P), \quad P(0) = 1$$

cumple

- (a)  $P(t)$  es una función decreciente.
  - (b)  $P(t) \rightarrow 8, t \rightarrow +\infty$ .
  - (c)  $P(t) \rightarrow 4, t \rightarrow +\infty$ .
  - (d)  $P(t) \rightarrow 2, t \rightarrow +\infty$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. Dos especies interaccionan según las leyes

$$\begin{cases} x' = (-x + 2y)x, \\ y' = (10 - x - y)y. \end{cases}$$

- (a) La relación entre ambas especies es de competencia.
  - (b) La relación entre ambas especies es de mutualismo.
  - (c) La especie  $y$  es una presa para el depredador  $x$ .
  - (d) En ausencia de la especie  $y$  la especie  $x$  se extinguirá.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

4. El sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' = x - y, \\ y' = x + y, \end{cases}$$

cumple:

- (a)  $x = 0, y = 0$  es solución.
  - (b)  $x = -1, y = 1$  es solución.
  - (c)  $x = t, y = -t$  es solución.
  - (d)  $x(t) = e^t \cos t, y(t) = e^t \operatorname{sen} t$  es solución.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
-

**EJERCICIO 3.** Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. El sistema de ecuaciones diferenciales

$$\left. \begin{aligned} x' &= (1 - x + y - 2z)x \\ y' &= (3 + 2x - 3y + z)y \\ z' &= (3 + 2x - y - 3z)z \end{aligned} \right\}$$

- (a) modela una relación entre tres especies en la que la especie representada por  $x$  beneficia a las especies representadas por  $y$  y  $z$ .
  - (b) cumple que, en ausencia de las especies representadas por  $x$  e  $y$  ( $x \equiv 0$  e  $y \equiv 0$ ), la especie representada por  $z$  tiende a su población límite, que es 1.
  - (c) tiene un punto de equilibrio en  $(1, 2, 1)$ .
  - (d) no tiene puntos de equilibrio positivos.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} 3x + 2y + z + t &= 4 \\ x - y + t &= 2 \\ 2x + 3y + z + \alpha t &= 3 \end{aligned} \right\}.$$

- (a) Si  $\alpha = 0$  entonces el sistema no tiene solución.
  - (b) Si  $\alpha = 0$  entonces el sistema tiene infinitas soluciones.
  - (c) Si  $\alpha \neq 0$  entonces el sistema no tiene solución.
  - (d) Si  $\alpha \neq 0$  entonces el sistema tiene infinitas soluciones.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. Sea  $x(t)$  la solución de la ecuación  $x' = x^2(1 + t^2)$  que cumple  $x(1) = 1$ .

- (a)  $x'(1) = 1$ .
  - (b)  $x'(1) = 2$ .
  - (c)  $x''(t) = 2x(t)[x'(t)(1 + t^2) + tx(t)]$ .
  - (d) Cualquier solución no constante de esta ecuación es estrictamente creciente.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

4. Se considera la ecuación  $x' = (x - 2)(x + 7)$ .

- (a) Sus puntos de equilibrio son  $x = -2$  y  $x = 7$ .
  - (b) El punto de equilibrio  $x = 2$  es inestable.
  - (c) El punto de equilibrio  $x = -7$  es inestable.
  - (d) La solución de la ecuación que cumple  $x(0) = 0$  es estrictamente creciente.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
-