

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Matemáticas. 25 de septiembre de 2006 (Convocatoria extraordinaria de septiembre)

Apellidos y Nombre _____

DNI _____ Grupo _____

EJERCICIO 1. Se considera el problema de valores iniciales

$$(P) \quad \begin{cases} N'(t) = -(N(t))^2, \\ N(1) = 1. \end{cases}$$

- a) Calcula la solución $N(t)$ de (P) .
 - b) ¿Dónde está definida la solución calculada en el apartado a)?
 - c) Calcula $N(8)$ siendo $N(t)$ la solución calculada en el apartado a).
 - d) Determina los intervalos de convexidad de la solución calculada en el apartado a). ¿Hay puntos de inflexión?
 - e) Haz un esbozo de la gráfica de la solución calculada en el apartado a).
-

EJERCICIO 2. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. La función $f(x) = x^2 - x + 1$ verifica que

- a) es creciente en $[\frac{1}{2}, +\infty)$.
 - b) es creciente en $(-\infty, \frac{1}{2}]$.
 - c) tiene un mínimo en $x = \frac{1}{2}$.
 - d) tiene un punto de inflexión en $x = 2$.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

2. La dinámica de una determinada población viene dada por el problema de valores iniciales

$$\begin{cases} N'(t) = 5N(t), \\ N(0) = 5. \end{cases}$$

Se verifica que

- a) el problema admite una única solución.
 - b) $N(t) = e^{5t}$ es solución del problema.
 - c) $N(t) = ke^{5t}$ es solución del problema para todo $k \in \mathbb{R}$.
 - d) El tamaño de la población aumenta indefinidamente.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Se considera la ecuación diferencial

$$N' = 8N(N - \frac{3}{2}).$$

Se verifica que

- a) hay exactamente 3 puntos de equilibrio.
 - b) hay exactamente 2 puntos de equilibrio.
 - c) no hay puntos de equilibrio.
 - d) $N = 0$ es un punto de equilibrio asintóticamente estable.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Se considera la ecuación diferencial

$$x' = x^2(x - 6).$$

- a) $x = 6$ es un punto de equilibrio inestable.
- b) Si una solución $x(t)$ verifica que $x(7) = 3$ entonces tal solución es decreciente.
- c) El retrato de fases viene dado por



- d) El retrato de fases viene dado por



- e) Ninguna de las anteriores.
-

EJERCICIO 3. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Sea la ecuación diferencial $x' = x^2 - 9$.
 - a) Si $x(3) = 4$ entonces $x'(3) = 0$.
 - b) Si $x(3) = 4$ entonces $x'(3) = 7$.
 - c) La solución que verifica $x(0) = 2$ también cumple que $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = -3$.
 - d) La solución que verifica $x(0) = 2$ también cumple que $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 3$.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

2. El crecimiento de un determinado tipo de mosquito viene dado por el modelo de Verhulst: si $L(t)$ representa la longitud (en cm) del mosquito después de t meses de vida, entonces

$$L' = \frac{\ln 6}{5} L(5 - L).$$

- a) Si un mosquito mide, al nacer, 0'5 cm entonces la longitud máxima que alcanzará, en estado adulto, será de 5 cm.
 - b) La longitud de un mosquito que mida 1 cm al inicio del experimento ($t = 0$) viene dada por la función $L(t) = \frac{5e^{(\ln 6)t}}{4 + e^{(\ln 6)t}}$.
 - c) La longitud de un mosquito que mida 1 cm al inicio del experimento ($t = 0$) viene dada por la función $L(t) = \frac{5e^{(\ln 6)t}}{1 + e^{(\ln 6)t}}$.
 - d) Si inicialmente un mosquito mide 1 cm ($L(0) = 1$) entonces, transcurrido un mes, medirá 3 cm ($L(1) = 3$).
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Se considera el modelo de interacción entre especies dado por el sistema

$$\begin{cases} x' = (3 - x - y)x, \\ y' = (4 - x - 2y)y. \end{cases}$$

- a) La interacción es de mutualismo.
 - b) La interacción es de competencia.
 - c) El punto de equilibrio de coexistencia viene dado por $(2, 1)$.
 - d) La especie dada por x no puede sobrevivir cuando está sola.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Se considera el sistema de ecuaciones lineales dado por

$$\begin{cases} x + y + z = 6b, \\ x + az = 4b, \\ y + az = 5b. \end{cases}$$

- a) Si $a = 0$ y $b = 0$ entonces hay infinitas soluciones.
 - b) Si $a = 1/2$ y $b = 0$ entonces no hay solución.
 - c) Si $a = 1/2$ y $b = 1$ entonces no hay solución.
 - d) Si $a = 2$ y $b = 1$ entonces la única solución es $x = 2, y = 3, z = 1$.
 - e) Ninguna de las anteriores.
-