

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA**  
**UNIVERSIDAD DE GRANADA**

Matemáticas. 25 de septiembre de 2006 (Convocatoria extraordinaria de septiembre)

Apellidos y Nombre \_\_\_\_\_

DNI \_\_\_\_\_ Grupo \_\_\_\_\_

**EJERCICIO 1.** Se considera el problema de valores iniciales

$$(P) \quad \begin{cases} N'(t) = -(N(t))^2, \\ N(1) = 1. \end{cases}$$

- a) Calcula la solución  $N(t)$  de  $(P)$ .
  - b) ¿Dónde está definida la solución calculada en el apartado a)?
  - c) Calcula  $N(8)$  siendo  $N(t)$  la solución calculada en el apartado a).
  - d) Determina los intervalos de convexidad de la solución calculada en el apartado a). ¿Hay puntos de inflexión?
  - e) Haz un esbozo de la gráfica de la solución calculada en el apartado a).
-

**EJERCICIO 2.** Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. La función  $f(x) = x^2 - x + 1$  verifica que

- a) es creciente en  $[\frac{1}{2}, +\infty)$ .
  - b) es creciente en  $(-\infty, \frac{1}{2}]$ .
  - c) tiene un mínimo en  $x = \frac{1}{2}$ .
  - d) tiene un punto de inflexión en  $x = 2$ .
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. La dinámica de una determinada población viene dada por el problema de valores iniciales

$$\begin{cases} N'(t) = 5N(t), \\ N(0) = 5. \end{cases}$$

Se verifica que

- a) el problema admite una única solución.
  - b)  $N(t) = e^{5t}$  es solución del problema.
  - c)  $N(t) = ke^{5t}$  es solución del problema para todo  $k \in \mathbb{R}$ .
  - d) El tamaño de la población aumenta indefinidamente.
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. Se considera la ecuación diferencial

$$N' = 8N(N - \frac{3}{2}).$$

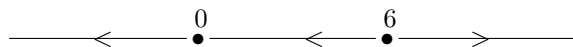
Se verifica que

- a) hay exactamente 3 puntos de equilibrio.
  - b) hay exactamente 2 puntos de equilibrio.
  - c) no hay puntos de equilibrio.
  - d)  $N = 0$  es un punto de equilibrio asintóticamente estable.
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

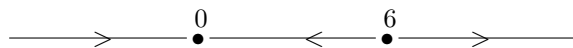
4. Se considera la ecuación diferencial

$$x' = x^2(x - 6).$$

- a)  $x = 6$  es un punto de equilibrio inestable.
- b) Si una solución  $x(t)$  verifica que  $x(7) = 3$  entonces tal solución es decreciente.
- c) El retrato de fases viene dado por



- d) El retrato de fases viene dado por



- e) Ninguna de las anteriores.
-

**EJERCICIO 3.** Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Sea la ecuación diferencial  $x' = x^2 - 9$ .
    - a) Si  $x(3) = 4$  entonces  $x'(3) = 0$ .
    - b) Si  $x(3) = 4$  entonces  $x'(3) = 7$ .
    - c) La solución que verifica  $x(0) = 2$  también cumple que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = -3$ .
    - d) La solución que verifica  $x(0) = 2$  también cumple que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 3$ .
    - e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. El crecimiento de un determinado tipo de mosquito viene dado por el modelo de Verhulst: si  $L(t)$  representa la longitud (en cm) del mosquito después de  $t$  meses de vida, entonces

$$L' = \frac{\ln 6}{5} L(5 - L).$$

- a) Si un mosquito mide, al nacer, 0'5 cm entonces la longitud máxima que alcanzará, en estado adulto, será de 5 cm.
  - b) La longitud de un mosquito que mida 1 cm al inicio del experimento ( $t = 0$ ) viene dada por la función  $L(t) = \frac{5e^{(\ln 6)t}}{4 + e^{(\ln 6)t}}$ .
  - c) La longitud de un mosquito que mida 1 cm al inicio del experimento ( $t = 0$ ) viene dada por la función  $L(t) = \frac{5e^{(\ln 6)t}}{1 + e^{(\ln 6)t}}$ .
  - d) Si inicialmente un mosquito mide 1 cm ( $L(0) = 1$ ) entonces, transcurrido un mes, medirá 3 cm ( $L(1) = 3$ ).
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. Se considera el modelo de interacción entre especies dado por el sistema

$$\begin{cases} x' = (3 - x - y)x, \\ y' = (4 - x - 2y)y. \end{cases}$$

- a) La interacción es de mutualismo.
  - b) La interacción es de competencia.
  - c) El punto de equilibrio de coexistencia viene dado por  $(2, 1)$ .
  - d) La especie dada por  $x$  no puede sobrevivir cuando está sola.
  - e) Ninguna de las anteriores.
- 

4. Se considera el sistema de ecuaciones lineales dado por

$$\begin{cases} x + y + z = 6b, \\ x + az = 4b, \\ y + az = 5b. \end{cases}$$

- a) Si  $a = 0$  y  $b = 0$  entonces hay infinitas soluciones.
  - b) Si  $a = 1/2$  y  $b = 0$  entonces no hay solución.
  - c) Si  $a = 1/2$  y  $b = 1$  entonces no hay solución.
  - d) Si  $a = 2$  y  $b = 1$  entonces la única solución es  $x = 2, y = 3, z = 1$ .
  - e) Ninguna de las anteriores.
-