

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Matemáticas. Convocatoria extraordinaria de septiembre. 17 de septiembre de 2007

Apellidos y Nombre _____

DNI _____ Grupo _____

EJERCICIO 1. Considera la ecuación diferencial

$$x'(t) = 15x(t)(2 - x(t)).$$

- a) Calcula las soluciones constantes.
 - b) Calcula el resto de soluciones.
 - c) Calcula la solución que satisface la condición inicial $x(0) = \frac{1}{5}$.
 - d) Haz un esbozo de la gráfica de la solución calculada en c).
-

EJERCICIO 2. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. La función $x(t) = t^4, \forall t \in \mathbb{R}$, es

- (a) la derivada de la función $y(t) = \frac{t^5}{5}, \forall t \in \mathbb{R}$.
 - (b) la derivada de la función $y(t) = 4t^3, \forall t \in \mathbb{R}$.
 - (c) una primitiva de la función $y(t) = 4t^3, \forall t \in \mathbb{R}$.
 - (d) una primitiva de la función $y(t) = \frac{t^5}{5}, \forall t \in \mathbb{R}$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

2. Se considera la ecuación diferencial

$$x' = 15x(2 - x).$$

- (a) Si una solución $x(t)$ verifica que $x(-5) > 2$ entonces tal solución es creciente.
 - (b) Si una solución $x(t)$ verifica que $0 < x(-5) < 2$ entonces tal solución es creciente.
 - (c) Si una solución $x(t)$ verifica que $x(8) = -1$ entonces $x'(8) = -45$.
 - (d) Si una solución $x(t)$ verifica que $x(8) = -1$ entonces $x'(8) = 0$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

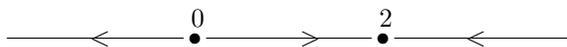
3. Se considera la ecuación diferencial

$$x' = 15x(2 - x).$$

- (a) La ecuación tiene dos puntos de equilibrio.
- (b) $x = 2$ es un punto de equilibrio inestable.
- (c) El retrato de fases viene dado por



- (d) El retrato de fases viene dado por



- (e) Ninguna de las anteriores.
-

4. La población, $P(t)$, de una determinada especie se ajusta a la ley

$$P' = 15P(2 - P).$$

- (a) $P(t) = 15, \forall t \in \mathbb{R}$, es una solución constante.
 - (b) Si $P(0) = 3$ la población decrece.
 - (c) La población límite es 15.
 - (d) La población límite es 2.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

EJERCICIO 3. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Un equipo de biólogos investiga la evolución de una nueva especie de macacos descubierta en la isla de Datrebil. Tras plantear y resolver un problema de valores iniciales, obtienen como solución la función

$$P(t) = 1.000 + \frac{200}{1 + e^{4t}},$$

donde t mide el tiempo (en años) y $P(t)$ el número de macacos en cada instante.

- (a) Después de tres meses, el tamaño de la población supera los 1.000 macacos.
 - (b) El tamaño inicial ($t = 0$) de la población es de 1.100 macacos.
 - (c) La población de macacos decrece con el paso del tiempo.
 - (d) La población tiende a extinguirse.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

2. Dos especies interactúan según las leyes

$$\begin{cases} x' = (1 - x + y)x, \\ y' = (1 - x - 2y)y. \end{cases}$$

Se cumple que

- (a) la relación es de competencia.
 - (b) la relación es de antagonismo.
 - (c) la relación es de mutualismo.
 - (d) el sistema no tiene puntos de equilibrio positivos.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Dos especies que interactúan según las leyes

$$\begin{cases} x' = (5 - x - 2y)x \\ y' = (4 - 2x - y)y \end{cases}$$

cumplen que

- (a) $x \equiv 1, y \equiv 2$ es un punto de equilibrio positivo (estado de coexistencia).
 - (b) $x \equiv 2, y \equiv 1$ es un punto de equilibrio positivo (estado de coexistencia).
 - (c) en ausencia de la especie y , la especie x tiende al valor 5.
 - (d) en ausencia de la especie y , la especie x tiende al valor 2.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

4.

- (a) Existen sistemas de ecuaciones lineales con 2 soluciones exactamente.
 - (b) Existen sistemas de ecuaciones lineales con 3 incógnitas cuyo conjunto de soluciones depende de 2 parámetros.
 - (c) Un sistema de ecuaciones lineales homogéneo siempre tiene solución.
 - (d) Un sistema de ecuaciones lineales en el que una ecuación es suma del resto nunca tiene solución.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-