

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA**  
**UNIVERSIDAD DE GRANADA**

Matemáticas. Licenciado en Biología. Convocatoria de Septiembre. 17 de Septiembre de 1999.

Nombre \_\_\_\_\_ Grupo \_\_\_\_\_

**EJERCICIO 1.** Se considera la ecuación diferencial

$$x' = 2e^{2t}e^x.$$

Se pide:

1. Resuelve la ecuación.
  2. Calcula la solución,  $x(t)$ , que cumple  $x(0) = 0$ .
  3. Haz un esbozo de la gráfica de la solución obtenida en el apartado anterior.
-

**EJERCICIO 2.** Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  la matriz asociada a un sistema lineal de 3 ecuaciones con 3 incógnitas.

- (a)  $A$  está en forma semi-reducida.
  - (b) El sistema asociado es incompatible.
  - (c) El conjunto de soluciones del sistema asociado es  $\{(1, s, -s) / s \in \mathbb{R}\}$ .
  - (d) El conjunto de soluciones del sistema asociado depende de dos parámetros.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. El sistema de ecuaciones diferenciales

$$\left. \begin{aligned} x' &= (1 - x + 2y - z)x \\ y' &= (4 + 3x - y - 3z)y \\ z' &= (2 - x + y - z)z \end{aligned} \right\}$$

- (a) tiene un punto de equilibrio en  $(1, 1, 2)$ .
  - (b) no tiene puntos de equilibrio positivos.
  - (c) modela una relación entre tres especies en la que la especie representada por  $x$  perjudica a las otras dos.
  - (d) cumple que, en ausencia de las especies representadas por  $x$  e  $y$  ( $x \equiv 0$  e  $y \equiv 0$ ), la especie representada por  $z$  no se extingue.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. Sea  $x(t)$  una solución de la ecuación diferencial

$$x' = 2tx.$$

- (a) Si  $x(0) = 1$  entonces  $x(t)$  es estrictamente creciente.
  - (b) Si  $x(0) = -3$  entonces  $x(t)$  es decreciente para  $t > 0$  y creciente para  $t < 0$ .
  - (c) Si  $x(0) = x_0 > 0$  entonces  $x(t) > 0$  para todo  $t \in \mathbb{R}$ .
  - (d) La solución que pasa por el punto  $(0, 1)$  también pasa por el punto  $(1, 0)$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

4. Se considera el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\left. \begin{aligned} x' &= 3x + 4y \\ y' &= 4x - 3y \end{aligned} \right\}.$$

- (a)  $x(t) = 2e^{5t}$ ,  $y(t) = e^{5t}$  es una solución.
  - (b)  $x(t) = e^{5t}$ ,  $y(t) = 2e^{5t}$  es una solución.
  - (c)  $x(t) = e^{5t}$ ,  $y(t) = e^{5t}$  es una solución.
  - (d)  $x(t) = 0$ ,  $y(t) = 0$  es una solución.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
-

**EJERCICIO 3.** Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Se considera el sistema

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

- (a) El conjunto de soluciones depende de un parámetro.
  - (b) El sistema es incompatible.
  - (c)  $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = -2, x_4 = 0$  es solución del sistema.
  - (d) El sistema es homogéneo.
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

2. Se considera la ecuación diferencial

$$P' = aP(b - P)$$

donde  $a$  y  $b$  son constantes positivas. Se cumple que:

- (a) todas las soluciones son crecientes.
  - (b)  $P(t) = b$  es solución.
  - (c) la solución que verifica  $P(0) = 2b$  es creciente.
  - (d) la solución que verifica  $P(0) = a$  también cumple que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = b$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

3. La función  $x(t) = \operatorname{sen} t$  es solución de

- (a)  $x' = (\cotg t)x$ .
  - (b)  $x' = \operatorname{cost}$ .
  - (c)  $x' = \cos x$ .
  - (d)  $x' = -\cos x$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
- 

4. Se considera la ecuación lineal completa

$$x' = 2x - 2t^2 - 1.$$

- (a) Admite una solución particular de la forma  $x(t) = t^2 + at + a$  para alguna constante  $a$ .
  - (b) Admite una solución particular constante.
  - (c) Las soluciones de la ecuación son  $x(t) = ce^{2t}$ .
  - (d) La ecuación homogénea asociada es  $x' = -2t^2 - 1$ .
  - (e) Ninguna de las anteriores.
-