

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Matemáticas. Licenciado en Biología. Convocatoria de Septiembre. 17 de Septiembre de 1999.

Nombre _____ Grupo _____

EJERCICIO 1. Se considera la ecuación diferencial

$$x' = 2e^{2t}e^x.$$

Se pide:

1. Resuelve la ecuación.
 2. Calcula la solución, $x(t)$, que cumple $x(0) = 0$.
 3. Haz un esbozo de la gráfica de la solución obtenida en el apartado anterior.
-

EJERCICIO 2. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz asociada a un sistema lineal de 3 ecuaciones con 3 incógnitas.

- (a) A está en forma semi-reducida.
 - (b) El sistema asociado es incompatible.
 - (c) El conjunto de soluciones del sistema asociado es $\{(1, s, -s) / s \in \mathbb{R}\}$.
 - (d) El conjunto de soluciones del sistema asociado depende de dos parámetros.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

2. El sistema de ecuaciones diferenciales

$$\left. \begin{aligned} x' &= (1 - x + 2y - z)x \\ y' &= (4 + 3x - y - 3z)y \\ z' &= (2 - x + y - z)z \end{aligned} \right\}$$

- (a) tiene un punto de equilibrio en $(1, 1, 2)$.
 - (b) no tiene puntos de equilibrio positivos.
 - (c) modela una relación entre tres especies en la que la especie representada por x perjudica a las otras dos.
 - (d) cumple que, en ausencia de las especies representadas por x e y ($x \equiv 0$ e $y \equiv 0$), la especie representada por z no se extingue.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. Sea $x(t)$ una solución de la ecuación diferencial

$$x' = 2tx.$$

- (a) Si $x(0) = 1$ entonces $x(t)$ es estrictamente creciente.
 - (b) Si $x(0) = -3$ entonces $x(t)$ es decreciente para $t > 0$ y creciente para $t < 0$.
 - (c) Si $x(0) = x_0 > 0$ entonces $x(t) > 0$ para todo $t \in \mathbb{R}$.
 - (d) La solución que pasa por el punto $(0, 1)$ también pasa por el punto $(1, 0)$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Se considera el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\left. \begin{aligned} x' &= 3x + 4y \\ y' &= 4x - 3y \end{aligned} \right\}.$$

- (a) $x(t) = 2e^{5t}$, $y(t) = e^{5t}$ es una solución.
 - (b) $x(t) = e^{5t}$, $y(t) = 2e^{5t}$ es una solución.
 - (c) $x(t) = e^{5t}$, $y(t) = e^{5t}$ es una solución.
 - (d) $x(t) = 0$, $y(t) = 0$ es una solución.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

EJERCICIO 3. Indica las afirmaciones que sean correctas. No es necesario justificar las respuestas.

1. Se considera el sistema

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

- (a) El conjunto de soluciones depende de un parámetro.
 - (b) El sistema es incompatible.
 - (c) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = -2, x_4 = 0$ es solución del sistema.
 - (d) El sistema es homogéneo.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

2. Se considera la ecuación diferencial

$$P' = aP(b - P)$$

donde a y b son constantes positivas. Se cumple que:

- (a) todas las soluciones son crecientes.
 - (b) $P(t) = b$ es solución.
 - (c) la solución que verifica $P(0) = 2b$ es creciente.
 - (d) la solución que verifica $P(0) = a$ también cumple que $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = b$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

3. La función $x(t) = \operatorname{sen} t$ es solución de

- (a) $x' = (\cotg t)x$.
 - (b) $x' = \operatorname{cost}$.
 - (c) $x' = \cos x$.
 - (d) $x' = -\cos x$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-

4. Se considera la ecuación lineal completa

$$x' = 2x - 2t^2 - 1.$$

- (a) Admite una solución particular de la forma $x(t) = t^2 + at + a$ para alguna constante a .
 - (b) Admite una solución particular constante.
 - (c) Las soluciones de la ecuación son $x(t) = ce^{2t}$.
 - (d) La ecuación homogénea asociada es $x' = -2t^2 - 1$.
 - (e) Ninguna de las anteriores.
-