Matemáticas - (Ldo. en Biología. Primer Curso)

Relación de ejercicios Nº 3. Curso 2002-2003.

1. *Determina cuáles de las siguientes funciones son solución de la ecuación diferencial que se indica:*

   (a) $x(t) = e^{-t^2/2}$, $2x' + x = 0$; (b) $x(t) = e^{-t/2}$, $2x' + x = 0$;
   (c) $y(x) = sen\ x$, $y' = xy$; (d) $y(t) = 5tg\ (5t)$, $y' = 25 + y^2$;
   (e) $x(t) = sen\ t$, $x^2 + (x')^2 = 1$; (f) $y(x) = 2x$, $xy' - y = 0$;
   (g) $x(t) = t + 1$, $(x')^3 + tx' = x$.

2. *Calcula a, b, y c para que la función* $x(t) = e^{at^2+bt+c}$ *sea solución de la ecuación* $x' = tx$.

3. *Encuentra la solución de las siguientes ecuaciones que verifica la condición que se indica en cada caso:*

   (a) $x' = 3x$, $x(0) = 7$; (b) $x' = 3x$, $x(1) = 7$;
   (c) $x' = tx$, $x(1) = 0$; (d) $x' = tx$, $x(0) = 1$.

4. *Se sabe que la tasa de crecimiento de un determinado cultivo de bacterias es constante, de forma que si se denota por* $N(t)$ *el número de bacterias (en miles) que hay en el cultivo después de t minutos,* $N'(t) = kN(t)$ *para algún valor de* k *constante.*

   Si en un principio se introducen 2.000 bacterias en el cultivo (N(0)=2) y al cabo de 2 minutos el número de bacterias se ha duplicado (N(2)=4), calcula el tiempo que ha de transcurrir para tener 64.000 bacterias en el cultivo.

5. *La población de una determinada comunidad se rige por la ley de Malthus, es decir, si* $P(t)$ *es la población en el instante t,* $P'(t) = kP(t)$, *para algún valor de* k. *Si la población se duplica en 5 años, ¿cuánto tardará en triplicarse?, ¿y en cuadruplicarse?*

6. *Un estudiante portador de un virus de gripe regresa a un campus universitario aislado en el que hay 1.000 estudiantes. Se supone que la rapidez de propagación del virus es proporcional al número de estudiantes contagiados y al de estudiantes que quedan por contagiar, es decir, si* $x(t)$ *es el número de estudiantes contagiados al cabo de t días,*
   $$x'(t) = kx(t)(1000 - x(t)).$$
   Determina el número de estudiantes contagiados después de 6 días si a los 4 días hay 50 enfermos en el campus.

7. *Una población de hipogrifos sigue la ley logística*
   $$\frac{dP}{dt} = 2P(1 - P),$$
   donde $P = P(t)$ *representa la cantidad de dichos animales (en millares) que hay en el instante* t.

   Se sabe que en un principio había 2.000 hipogrifos ($P(0) = 2$). *Se pide:*

   (a) *Calcula* $P(t)$.
   (b) *¿Crecerá la población en el futuro? ¿Se extinguirá esta especie a largo plazo?*

   (Examen de septiembre del 98)

8. *Resuelve y haz un esbozo de las gráficas de las soluciones de los siguientes problemas:*

   (a) $x' = x(1 - x)$, $x(0) = 0$; (b) $x' = x(1 - x)$, $x(0) = 1/2$;
   (c) $x' = x(1 - x)$, $x(0) = 2$; (d) $x' = (x - 1)(x - 3)$, $x(0) = 4$;
   (e) $x' = (x - 1)(x - 3)$, $x(0) = 2$; (f) $x' = (x - 1)(x - 3)$, $x(0) = 0$;
   (g) $x' = e^{2x+3t}$, $x(0) = 0$; (h) $x' = x^3(1 + t^2)^{-1}$.