

Tema 3

1. Determina cuáles de las siguientes funciones son solución de la ecuación diferencial que se indica:

$$\begin{array}{ll} (a) & x(t) = e^{-t^2/2}, \quad 2x' + x = 0; \\ (b) & x(t) = e^{-t/2}, \quad 2x' + x = 0; \\ (c) & y(x) = \operatorname{sen} x, \quad y' = xy; \\ (d) & y(t) = 5 \operatorname{tg}(5t), \quad y' = 25 + y^2; \\ (e) & x(t) = \operatorname{sen} t, \quad x^2 + (x')^2 = 1; \\ (f) & y(x) = 2x, \quad xy' - y = 0; \\ (g) & x(t) = t + 1, \quad (x')^3 + tx' = x. \end{array}$$

2. Calcula a , b , y c para que la función $x(t) = e^{at^2+bt+c}$ sea solución de la ecuación $x' = tx$.

Tema 4

1. Encuentra la solución de las siguientes ecuaciones que verifica la condición que se indica en cada caso:

$$\begin{array}{ll} (a) & x' = 3x, \quad x(0) = 7; \\ (b) & x' = 3x, \quad x(1) = 7; \\ (c) & x' = tx, \quad x(1) = 0; \\ (d) & x' = tx, \quad x(0) = 1. \end{array}$$

2. Se sabe que la tasa de crecimiento de un determinado cultivo de bacterias es constante, de forma que si se denota por $N(t)$ el número de bacterias (en miles) que hay en el cultivo después de t minutos, $N'(t) = kN(t)$ para algún valor de k constante.

Si en un principio se introducen 2.000 bacterias en el cultivo ($N(0)=2$) y al cabo de 2 minutos el número de bacterias se ha duplicado ($N(2)=4$), calcula el tiempo que ha de transcurrir para tener 64.000 bacterias en el cultivo.

3. La población de una determinada comunidad se rige por la ley de Malthus, es decir, si $P(t)$ es la población en el instante t , $P'(t) = kP(t)$, para algún valor de k . Si la población se duplica en 5 años, ¿cuánto tardará en triplicarse?, ¿y en cuadruplicarse?

4. Un estudiante portador de un virus de gripe regresa a un campus universitario aislado en el que hay 1.000 estudiantes. Se supone que la rapidez de propagación del virus es proporcional al número de estudiantes contagiados y al de estudiantes que quedan por contagiar, es decir, si $x(t)$ es el número de estudiantes contagiados al cabo de t días,

$$x'(t) = kx(t)(1000 - x(t)).$$

Determina el número de estudiantes contagiados después de 6 días si a los 4 días hay 50 enfermos en el campus.

5. Una población de hipogrifos sigue la ley logística

$$\frac{dP}{dt} = 2P(1 - P),$$

donde $P = P(t)$ representa la cantidad de dichos animales (en millares) que hay en el instante t . Se sabe que en un principio había 2.000 hipogrifos ($P(0) = 2$). Se pide:

- a) Calcula $P(t)$.
 b) ¿Crecerá la población en el futuro? ¿Se extinguirá esta especie a largo plazo?